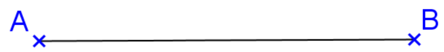
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE EXPRESSÃO GRÁFICA
Professores: Deise M. B. Costa, Paulo H. Siqueira, Luzia V. Souza
Disciplina: Geometria Descritiva

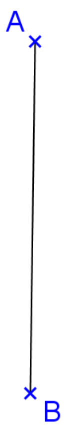
PARTE I - DESENHO GEOMÉTRICO

1. CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS

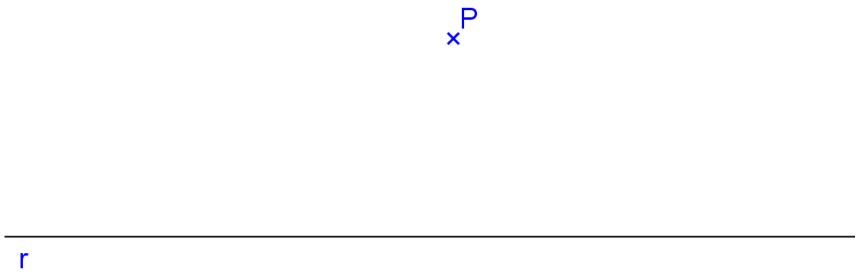
Os problemas em Desenho Geométrico resumem-se em encontrar pontos. E para determinar um ponto, basta obter o cruzamento entre duas linhas, que podem ser retas ou circunferências.

1. Construir a mediatriz do segmento dado AB. Definição da mediatriz: é uma reta perpendicular ao segmento e que passa pelo seu ponto médio. Propriedade da mediatriz: qualquer ponto dela é equidistante das extremidades do segmento AB.

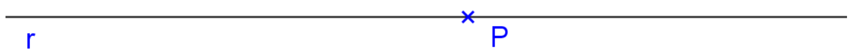




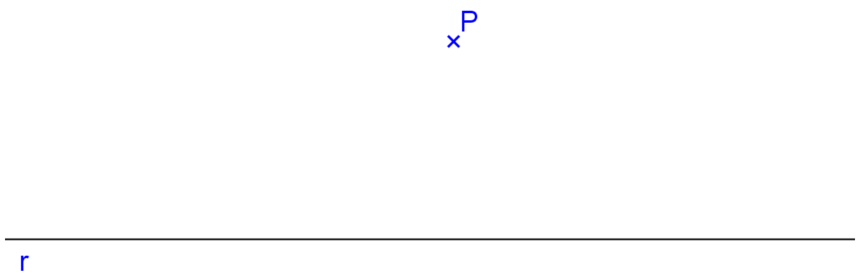
2. Traçar por um ponto dado P, uma paralela a uma reta dada r. Definição da paralela: é uma reta coplanar com a reta dada e que não possui pontos em comum. Propriedade da paralela: qualquer ponto dela é equidistante da reta dada.



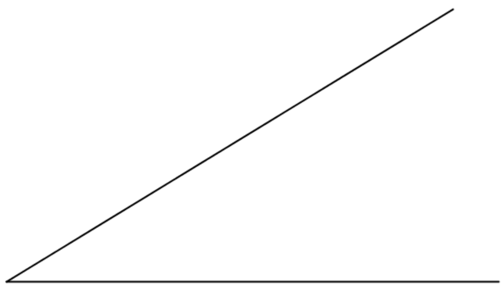
3. Traçar por um ponto dado P, uma reta perpendicular a uma reta dada r.
   a) $P \in r$;



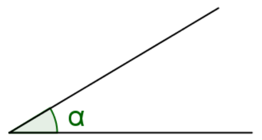
   b) $P \notin r$.

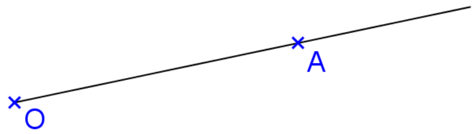


4. Construir a bissetriz do ângulo dado. Definição da bissetriz: é uma reta que divide o ângulo em duas partes congruentes. Propriedade da bissetriz: qualquer ponto dela é equidistante das laterais do ângulo



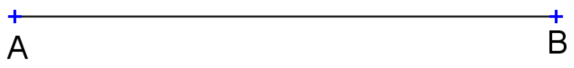
5. Transportar o ângulo dado, para a reta r, com vértice no ponto P.





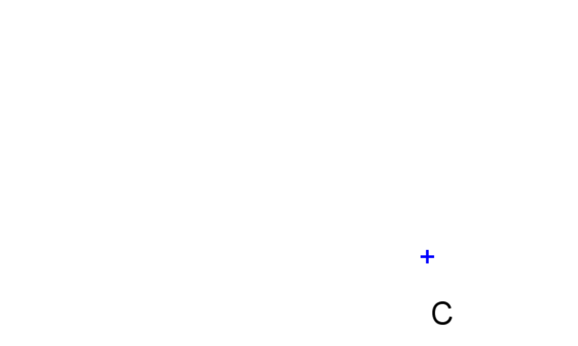
6. Construir os ângulos de 30º, 45º, 60º, 75º, 90º, 120º, 135º.

7. Dividir um segmento AB em 5 partes iguais.



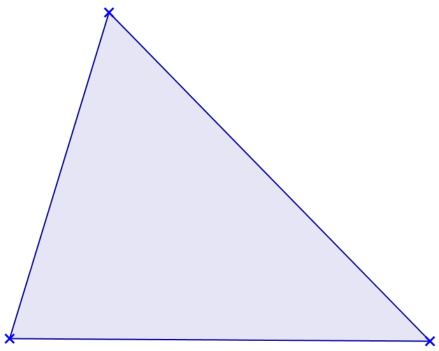
8. Dividir o segmento AB em partes proporcionais a números dados: m = 2, n = 4,2 e p = 5,3.

9. Construir, utilizando régua e compasso a circunferência pertencente aos pontos dados A, B e C.

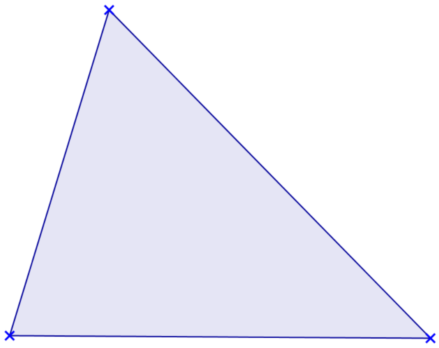


10. Construir o triângulo ABC, dados os lados: a = 7cm, b = 6cm e c = 9cm. Obter o circuncentro O (encontro das mediatrizes).

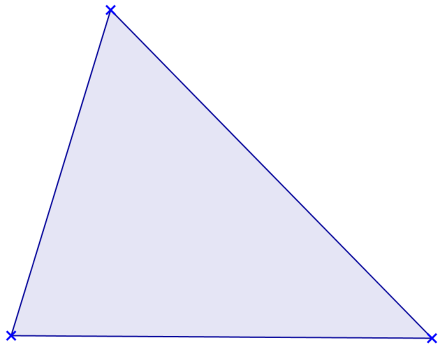
11. Obter o baricentro G (encontro das medianas) do triângulo dado.



12. Obter o incentro I (encontro das bissetrizes) do triângulo dado.

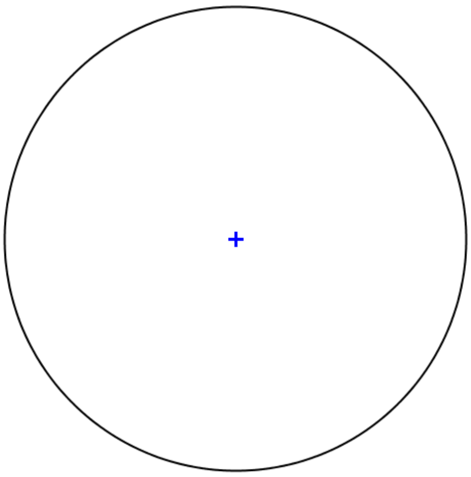


13. Obter o ortocentro H (encontro das alturas) do triângulo dado.

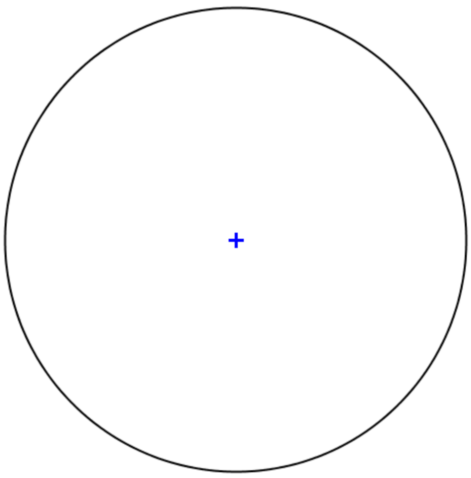


14. Dividir a circunferência dada em 3, 4, 6, 8, 10 e 5 partes iguais, utilizando métodos exatos.

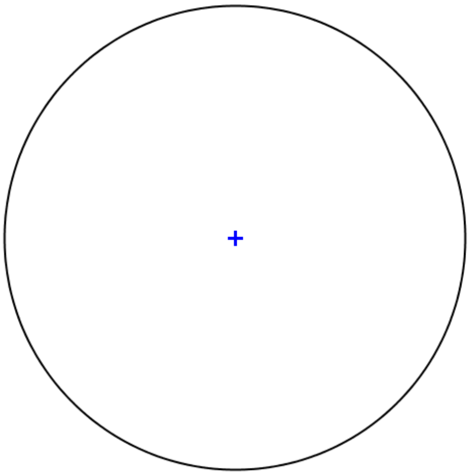
a) 3 partes - Triângulo



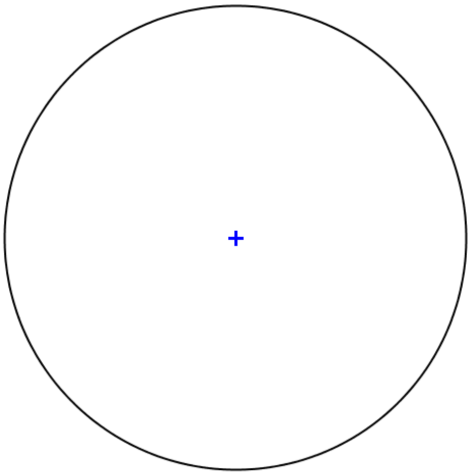
b) 4 partes - Quadrado



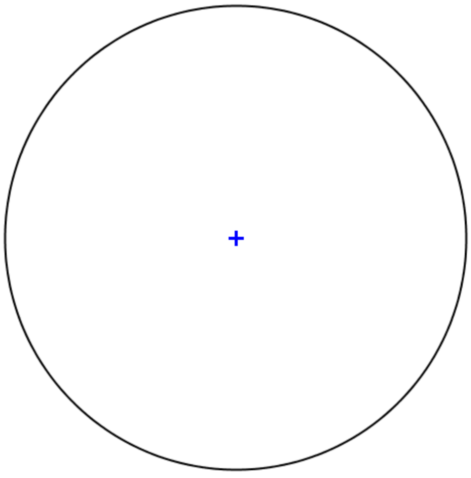
c) 6 partes - Hexágono



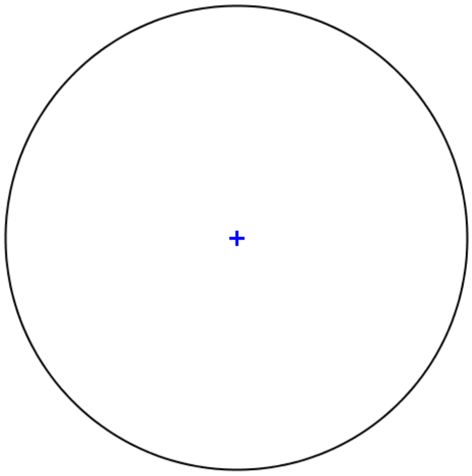
d) 8 partes – Octógono



e) 10 partes - Decágono



f) 5 partes - Pentágono



15. Construir os polígonos regulares de 3, 4, 5 e 6 lados iguais, dada a medida l do lado.

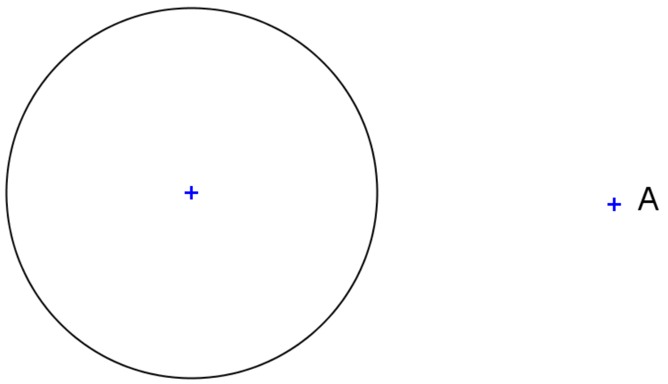
a) Triângulo equilátero, l_3 = 4cm

b) Quadrado, l_4 = 4cm

c) Pentágono Regular, l_5 = 3cm

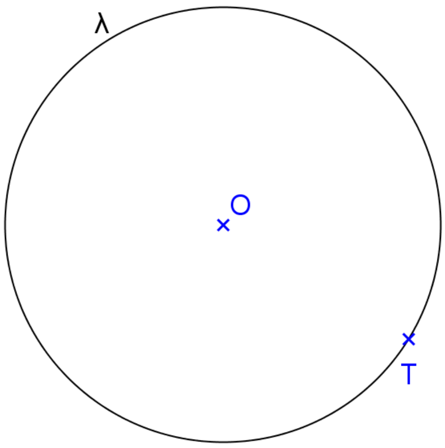
d) Hexágono Regular, l_6 = 2,5cm

16. Traçar a reta tangente à circunferência dada que passa pelo ponto A.



17. Construir uma circunferência de raio r = 2cm, dado tangente à reta t no ponto T.

18. Construir uma reta tangente à circunferência dada no ponto T.



19. Construir um triângulo ABC sabendo-se que:
    a) seu perímetro (perímetro é a soma dos lados do polígono) mede 15cm
    b) seus lados são proporcionais a números dados, ou seja, AB é proporcional a 5, BC é proporcional a 3 e AC é proporcional a 4,5.

PARTE II - SISTEMAS DE PROJEÇÃO

2.1. MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO

Para se representar os objetos graficamente utilizam-se vários métodos.

Existem aqueles que utilizam apenas um Plano de Projeção, como o Método de Projeção Central (de Brook Taylor), o qual utiliza um Sistema de Projeção Cônico; o Método de Projeção Cotada (de Felipe Büache) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal; o Método de Projeção Axonométrica (de Polke) que utiliza um Sistema de Projeção Cilíndrico; e Métodos Especiais utilizados em Representações Cartográficas.

Existe também um Método de Representação que utiliza dois ou mais Planos de Projeção em conjunto com um Sistema de Projeção Cilíndrico Ortogonal denominado de Método de Monge ou Mongeano ou Método da Dupla Projeção Ortogonal (de Gaspard Monge).

Num Sistema de Projeção devem ser definidos os seus elementos principais que são:
- Objeto a ser projetado
- Centro de Projeção
- Plano de projeção

2.2. GEOMETRIA DESCRITIVA

É utilizada para representar os objetos do espaço tridimensional no espaço bidimensional, mediante a utilização de projeções e resolver os problemas relativos a esses objetos através da Geometria Plana e do Desenho Geométrico.

2.3. TIPOS DE PROJEÇÕES

- um só plano
  - cônica → perspectiva cônica
  - cilíndrica
    - oblíquas → perspectiva cavaleira
    - ortogonais →
      - perspectiva axonométrica
      - projeção cotada
  - especiais → projeções cartográficas
- dois ou mais planos → Dupla Projeção Ortogonal (ou Método Mongeano ou de Monge)

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/

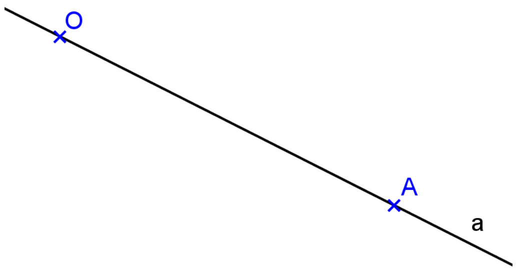
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

2.4. OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS NO DESENHO PROJETIVO

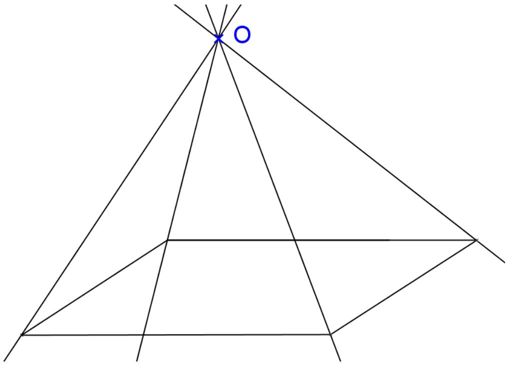
Conceito de projetar

Projetar um ponto A a partir de um outro ponto O, distinto de A, significa determinar a reta pertencente aos dois pontos. A reta OA é denominada **projetante** do ponto A, e o ponto O é denominado de **centro de projeção**.

Projetar A desde O



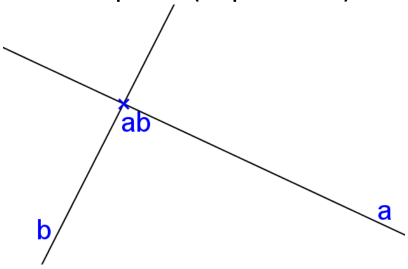
Projetar um objeto desde O



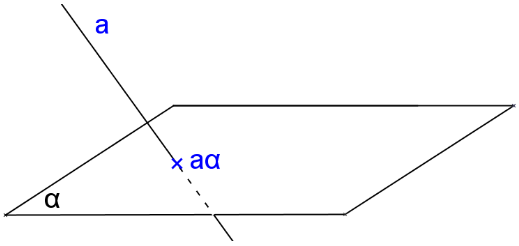
Conceito de cortar

Cortar uma reta a por outra b, significa obter **o ponto (ab)** comum às duas retas. Cortar um plano α por uma reta a, ou uma reta a por um plano α, significa obter o **ponto (aα)** comum à reta e ao plano.

Cortar a por b (coplanares)

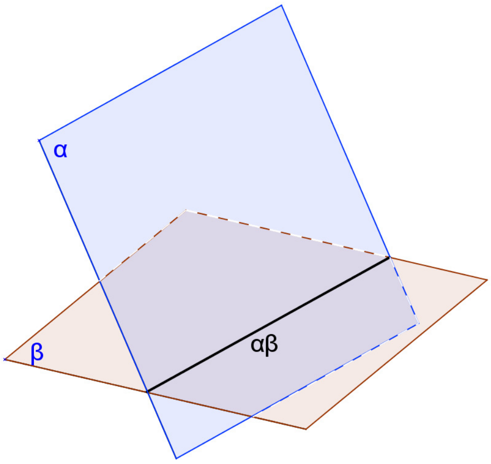


Cortar α por a

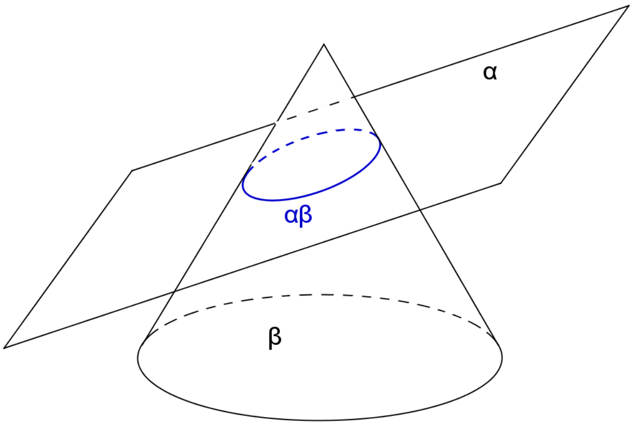


Cortar um plano α por outro β significa encontrar a **reta ($\alpha\beta$)** comum a ambos os planos. Cortar um objeto por um plano significa encontrar a **seção plana** produzida por este plano no sólido considerado.

Cortar α por β



Cortar um sólido com um plano



Observação: o ponto ou a reta ou a curva quando determinados por cortes chamam-se ***traços***.

2.5. CONCEITO DE PROJEÇÃO CÔNICA (ou central)

Considere:

Sistema de projeção:

centro O próprio

plano π' ($O \notin \pi'$)

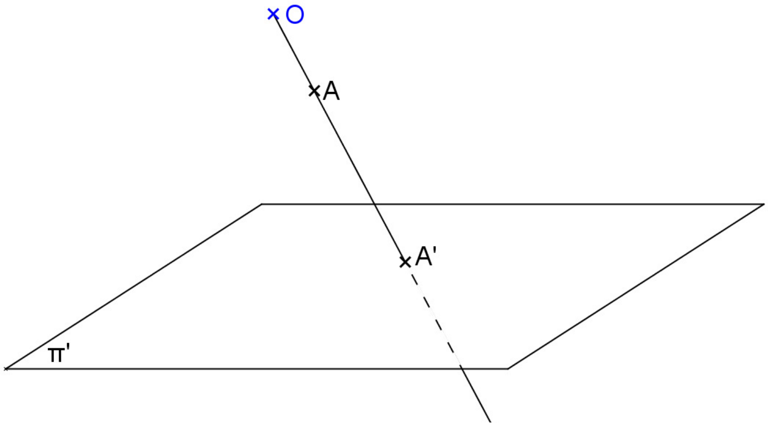
Objeto:

ponto A

Projeção:

Projetar

Cortar



A ***projeção cônica*** de um ponto A, no plano π' a partir de O, é o traço A' produzido sobre π', pela reta projetante do ponto A.

<u>Observações</u>:
- Plano de projeção $\neq$ plano projetante.
- É chamada de projeção cônica, pois as projetantes descrevem uma superfície cônica.

2.6. CONCEITO DE PROJEÇÃO CILÍNDRICA (oblíqua ou ortogonal)

Considere:

Sistema de projeção:

centro O impróprio (dado pela direção da reta d)

plano π'

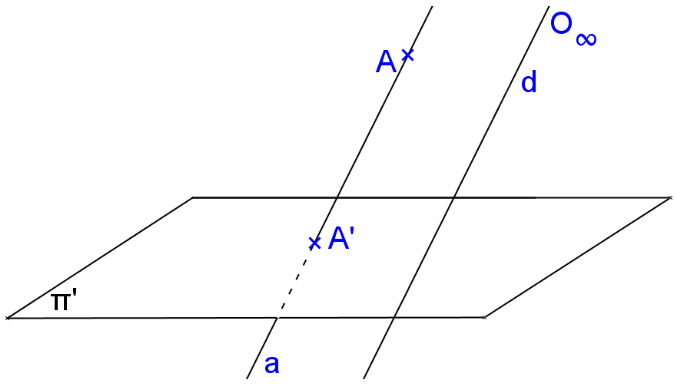
Objeto:

ponto A

Projeção:

projetar

cortar



A ***projeção cilíndrica*** de um ponto A, no plano π' a partir de O_∞, é o traço A' produzido sobre π', pela reta projetante do ponto A.

Observações:
- Dado A tem-se que A' é único, porém dado somente A' tem-se que ______________________
- É chamada de projeção cilíndrica, pois as projetantes descrevem _________________________
- Os pontos do plano de projeção ________________ com suas projeções.

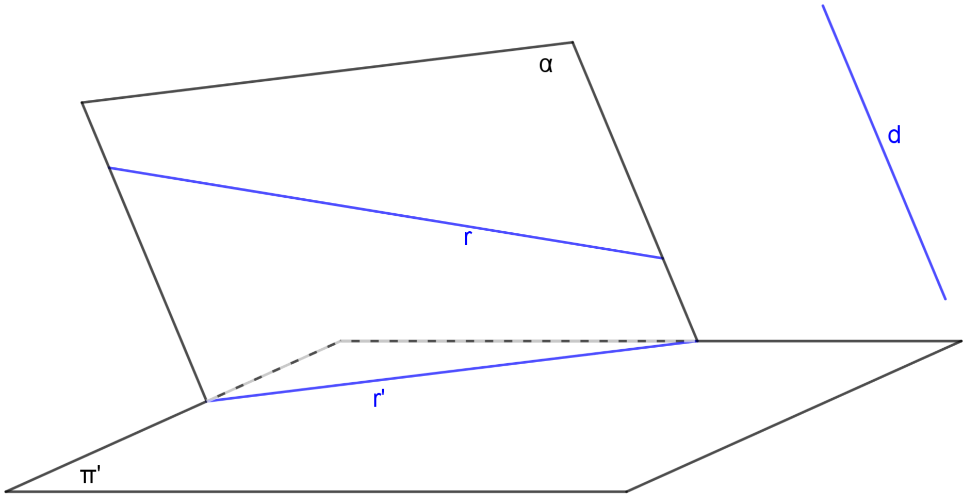
Classificação:
- d $\perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica ortogonal
- d $\not\perp \pi' \Rightarrow$ Projeção cilíndrica oblíqua

2.7. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS (oblíquas ou ortogonais)

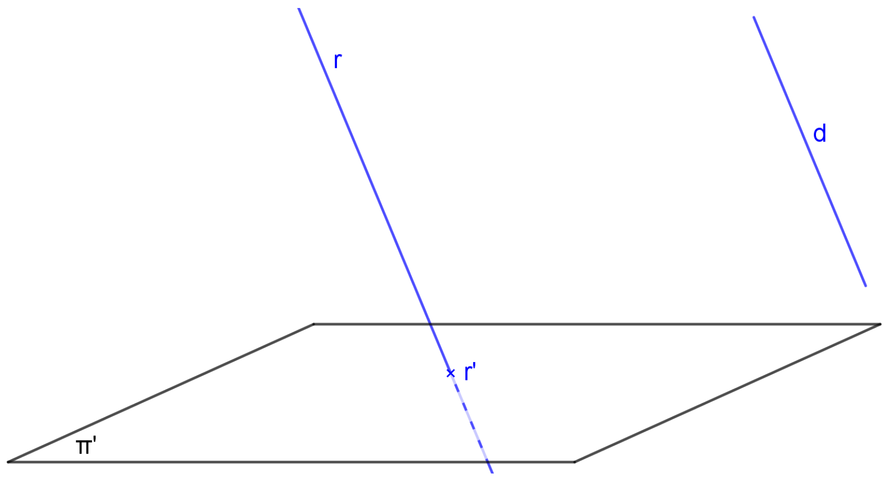
1ª propriedade

$$\text{Se } r \text{ é uma reta} \Rightarrow \begin{cases} r' \text{ é uma reta, quando } r \text{ não é } // \ d \\ r' \text{ é um ponto, quando } r \text{ é } // \ d \end{cases}$$

a) r não é // d



b) r // d



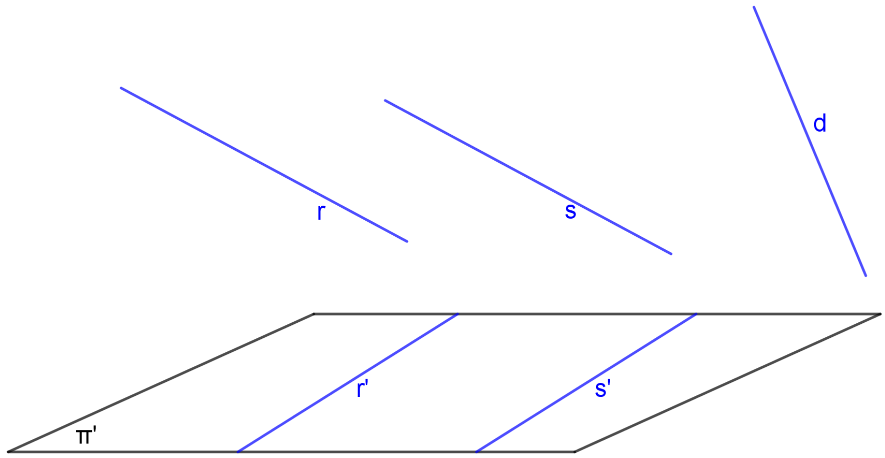
Observações:

a) Se a projeção cilíndrica de uma reta é uma reta, então a reta objetiva não é paralela a direção das projetantes;
b) Se a projeção cilíndrica de uma reta é um ponto, então a reta é paralela à direção das projetantes;
c) Se uma reta é perpendicular ao plano de projeção, sua projeção cilíndrica-ortogonal sobre o mesmo será o seu traço no plano de projeção considerado. Reciprocamente, se a projeção ortogonal de uma reta sobre um plano reduzir-se a um ponto, então a reta será perpendicular ao plano de projeção, ou o que é equivalente, a reta será paralela à direção das projetantes.
d) Uma reta r, não paralela à direção das projetantes, e sua projeção cilíndrica r′ são coplanares; logo, pode ocorrer entre a reta e sua projeção uma das seguintes condições:
   - r e r′ são concorrentes, neste caso a reta corta o plano de projeção;
   - São paralelas, neste caso a reta será paralela ao plano de projeção;
   - São coincidentes, neste caso a reta estará contida no plano de projeção.

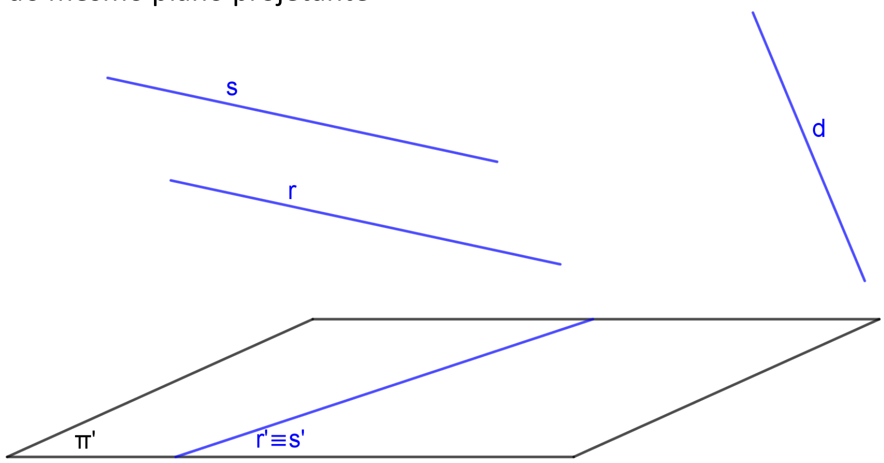
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

2ª propriedade Se duas retas r e s são paralelas então as suas projeções cilíndricas ou são paralelas, ou são coincidentes ou são pontuais.

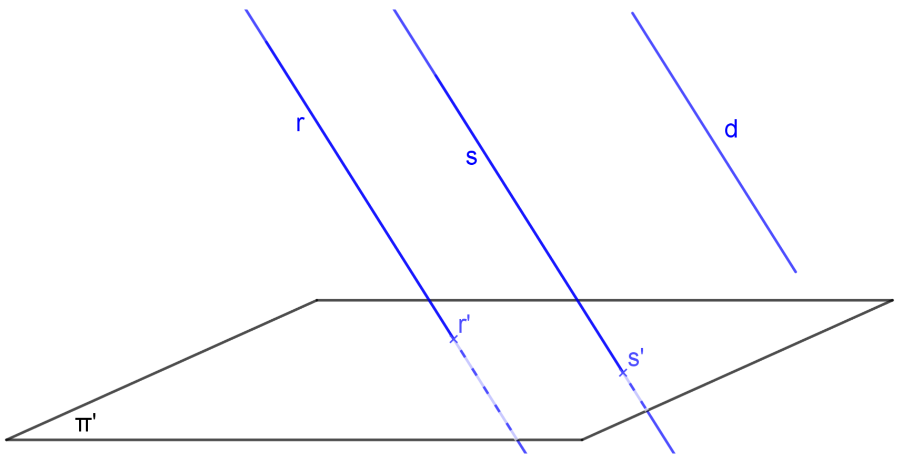
a) r e s pertencem a planos projetantes distintos



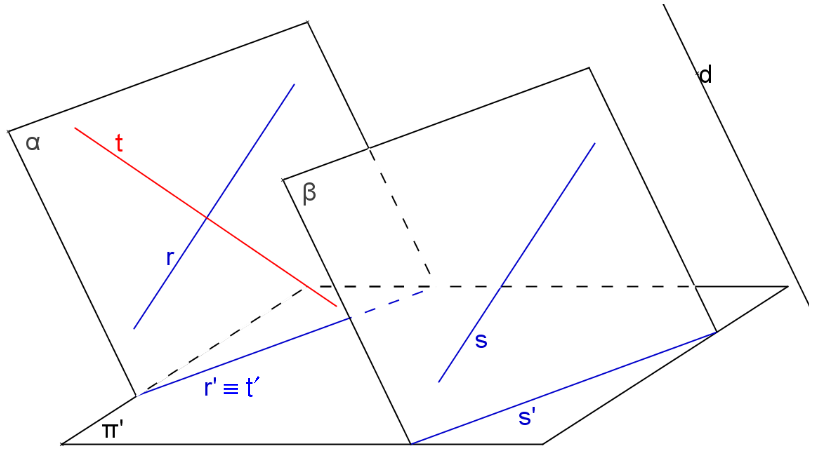
b) r e s pertencem ao mesmo plano projetante



c) r e s são paralelas à direção das projetantes d



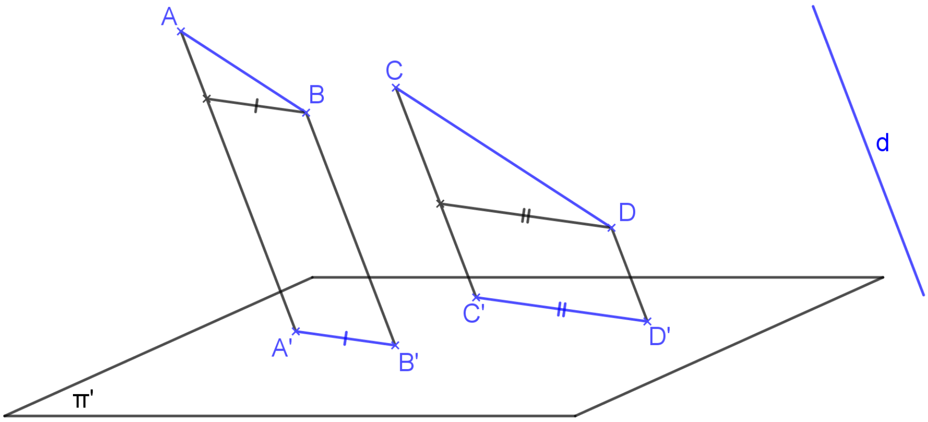
Observação: A recíproca não é verdadeira. Então se t´ // s´ não implica em t // s.



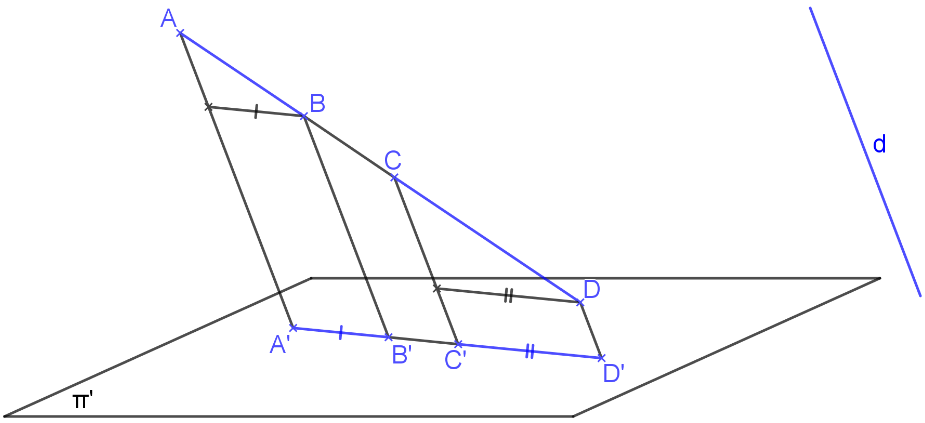
3ª propriedade Se dois segmentos são paralelos ou são colineares, então a razão entre eles no espaço conserva-se na projeção cilíndrica, desde que a direção dos segmentos não seja paralela à direção das projetantes.

$$\text{Se} \begin{cases} AB\ //\ CD \\ \text{ou} \\ \text{colineares} \end{cases} \text{e não paralelos a d} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$$

a) AB // CD

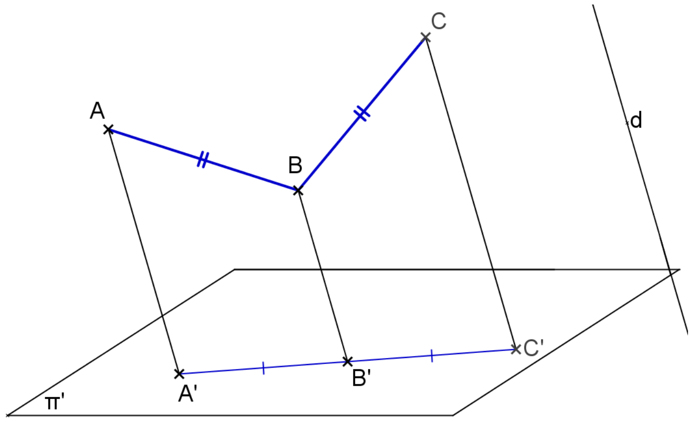


b) AB e CD colineares

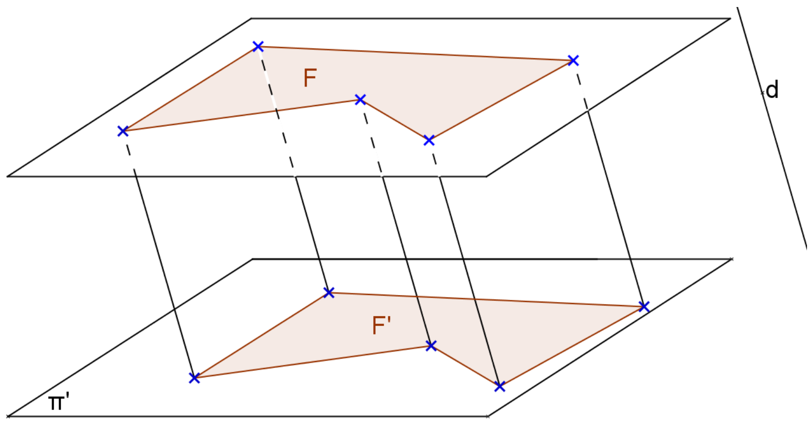


Consequência: Se M é ponto médio de AB então M' é ponto médio de A'B'.

Observação: A recíproca não é verdadeira. Ou seja, se AB/CD = A′B′/C′D′não implica que AB // CD ou colineares.

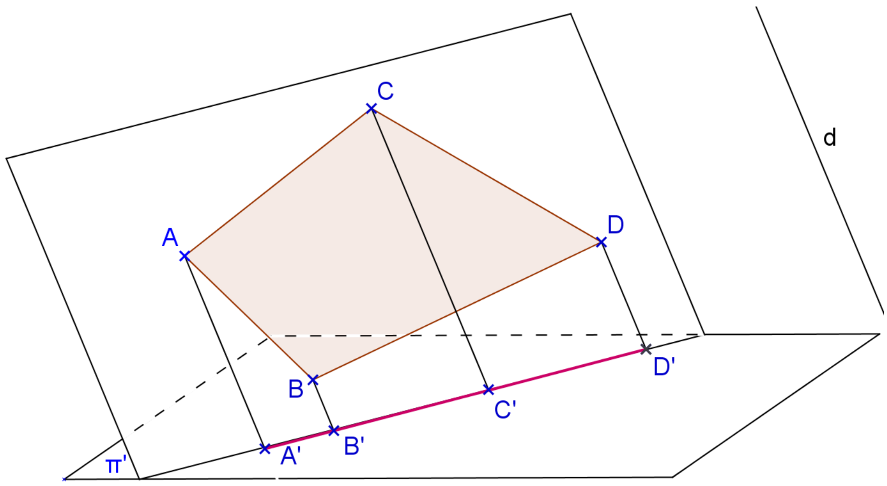


4ª propriedade Se uma figura F ⊂ α e α // π′ ⇒ F = F′. Neste caso, dizemos que F’ está em VG (verdadeira grandeza).



Observação: A recíproca não é verdadeira em projeção oblíqua, porém é verdadeira em projeção ortogonal.

5ª propriedade Uma figura F ⊂ α e α // d ⇔ F’ é um segmento e F’ ⊂ απ′.



Observação: A recíproca é verdadeira.

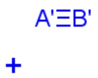
Exercícios:

Considere um sistema de projeção cilíndrica com somente um plano de projeção π'. Escreva ao lado de cada exercício as propriedades geométricas e as propriedades das projeções cilíndricas utilizadas.

1. Represente a projeção do ponto médio M do segmento AB dado pelas projeções de A e B.

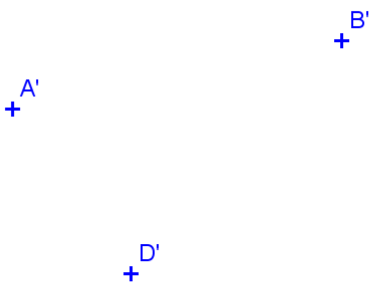
a)

b)

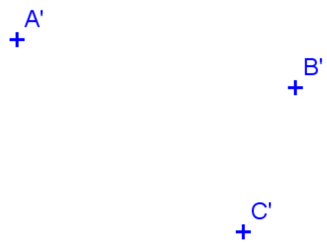


2. Represente a projeção do paralelogramo ABCD, dadas as projeções dos vértices A, B e C.

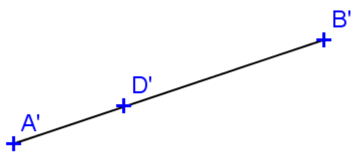
a)



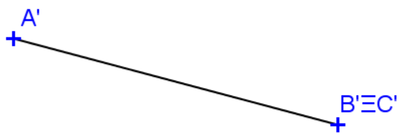
b)



c)

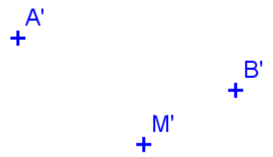


d)



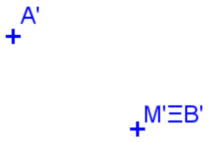
3. Represente a projeção do paralelogramo ABCD sendo dadas as projeções dos pontos A e B e do ponto M de interseção das diagonais.

a)



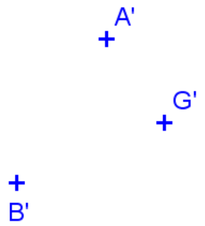
b)

c)

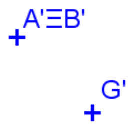


4. Represente a projeção do triângulo ABC, dadas as projeções dos vértices A e B e do baricentro G.

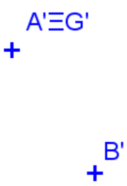
a)



b)

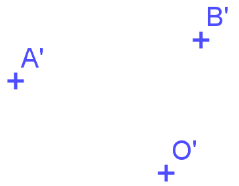


c)

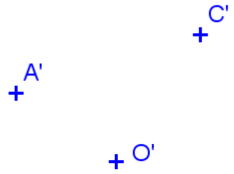


5. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de dois vértices e do centro O da circunferência circunscrita.

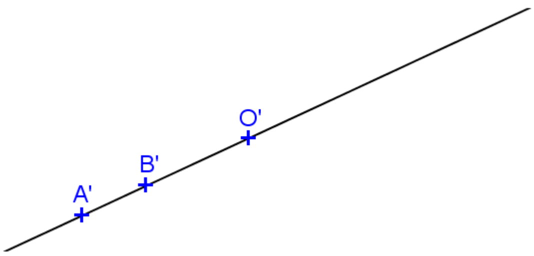
a)



b)

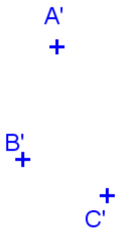


c)

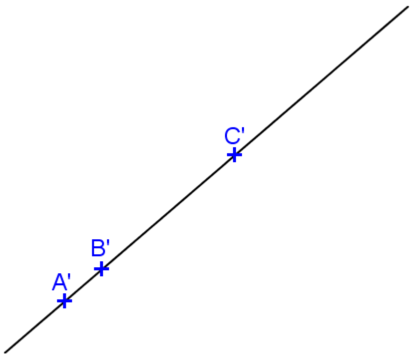


6. Represente a projeção do hexágono regular ABCDEF sendo dadas as projeções de A, B e C.

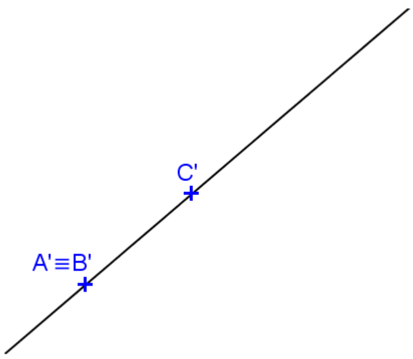
a)



b)



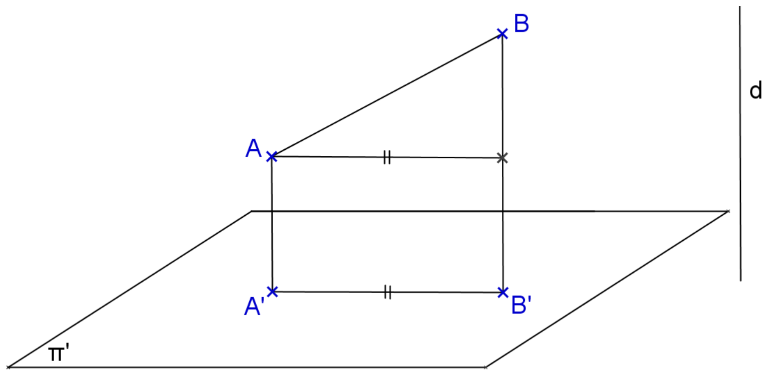
c)



2.8. PROPRIEDADES DAS PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONAIS

6ª propriedade

$AB \perp \pi' \Rightarrow AB > A'B'$.

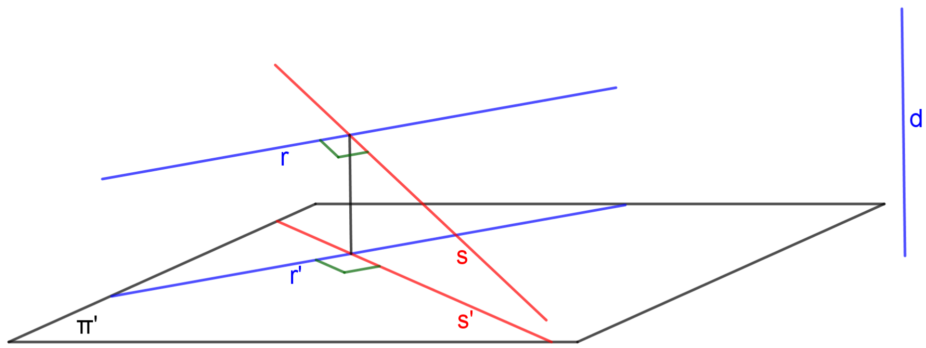


Observação: A recíproca é verdadeira.

7ª propriedade

Se duas retas são perpendiculares ou ortogonais entre si, sendo uma delas paralela ou pertencente ao plano de projeção e a outra não perpendicular a esse plano, então as projeções ortogonais dessas retas são perpendiculares entre si:

$$
\text{Se} \quad \begin{array}{ll} r \perp s \text{ ou } r \perp s & (1) \\ r \,//\, \pi' \text{ ou } r \subset \pi' & (2) \\ s \perp \pi' & (3) \end{array} \quad \Rightarrow \quad r' \perp s' \ (4)
$$



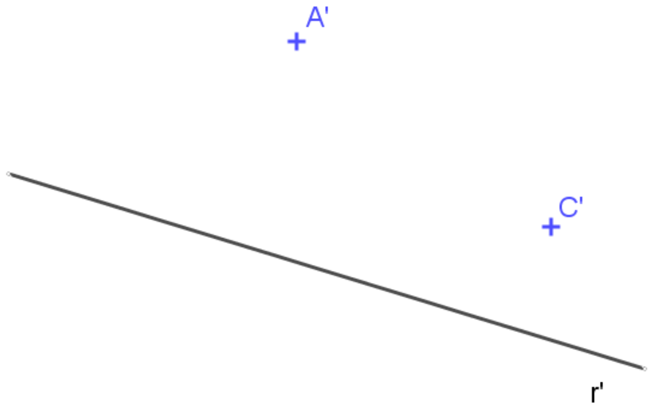
Observação: As recíprocas são verdadeiras. São elas:

Recíproca 1: (2) + (3) +(4) $\Rightarrow$ (1)

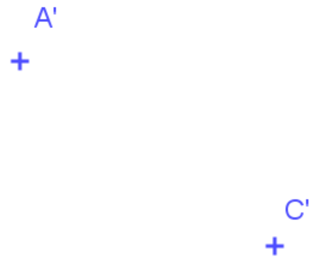
Recíproca 2: (1) + (4) $\Rightarrow$ (2) + (3)

Exercícios:

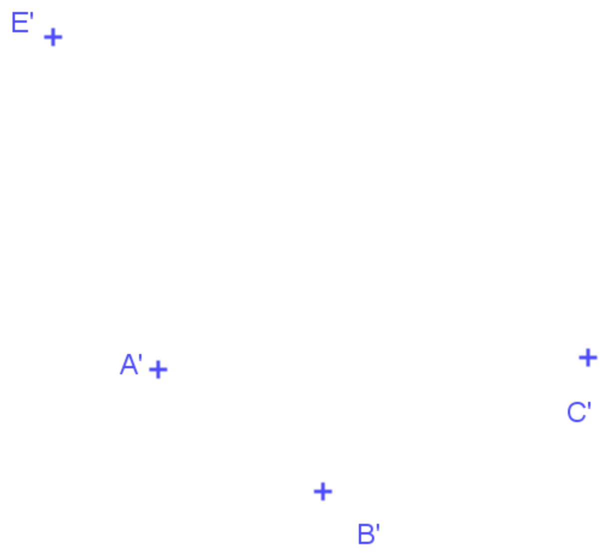
1. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um losango ABCD, sabendo-se que a diagonal AC está paralela a π´, dada a projeção da reta r que é o lugar geométrico do ponto B.



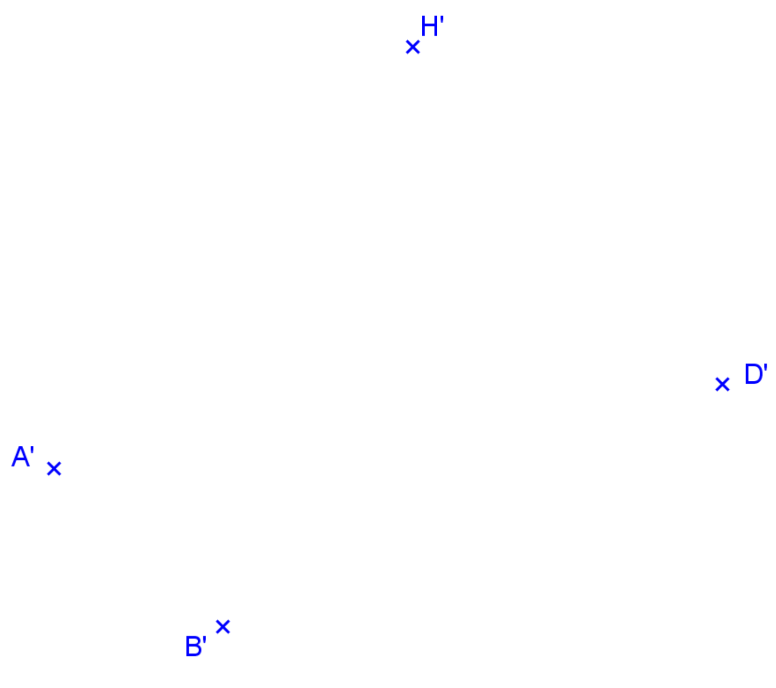
2. Represente a projeção cilíndrica ortogonal de um retângulo ABCD, dadas as projeções dos vértices A e C, sabendo-se que o lado AB é paralelo a π´ e mede 3cm.



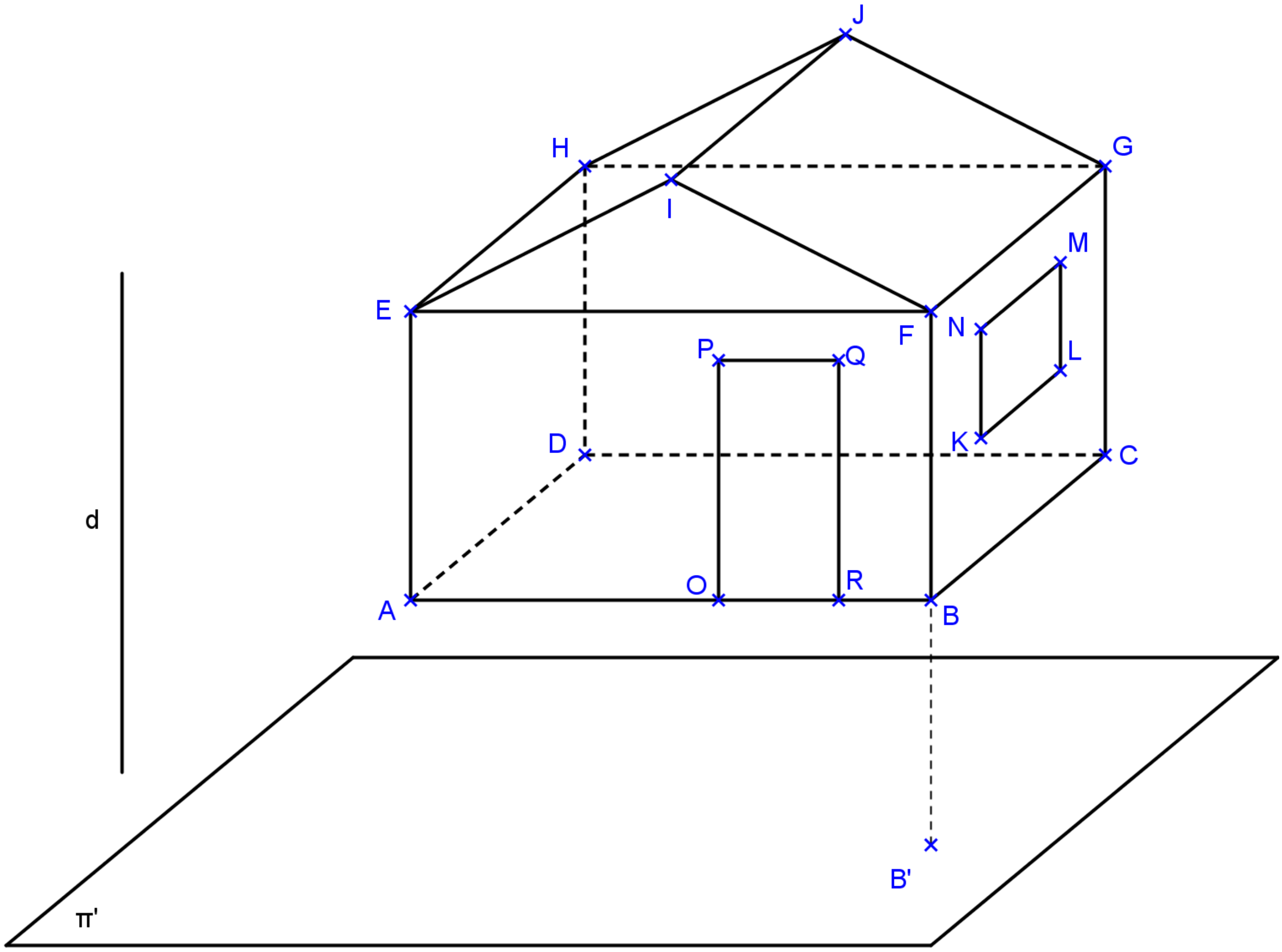
3. Represente a projeção do paralelepípedo ABCDEFGH sendo dadas as projeções de A, B, C e E.



4. Represente as projeções cilíndricas do prisma ABCDEF-GHIJKL de base hexagonal regular, dadas as projeções dos vértices A, B, D e H.



5. Usando as propriedades de projeções cilíndricas, termine as projeções da casa no plano π' dado abaixo, usando a direção de projeções d. Considere que a base ABCD é paralela a π'.

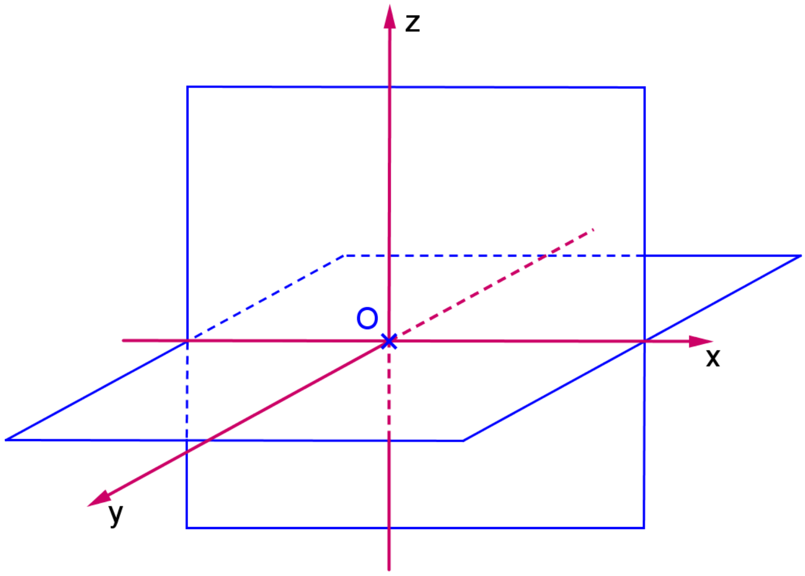


Os segmentos AB, AE, HJ e JG ficam projetados em verdadeira grandeza em π'? Por que?

PARTE III - O MÉTODO DAS DUPLAS PROJEÇÕES ORTOGONAIS

3.1. REPRESENTAÇÃO DO PONTO

3.1.1. PLANOS FUNDAMENTAIS DE REFERÊNCIA



Considere π' e π'' dois planos perpendiculares entre si, denominados *Planos Fundamentais de Referência* (PFR) ou *Planos de Projeção* (PDP).

Denominamos:
π': 1º PFR ou 1º PDP ou Plano Horizontal de Projeção
π'': 2º PFR ou 2º PDP ou Plano Vertical de Projeção

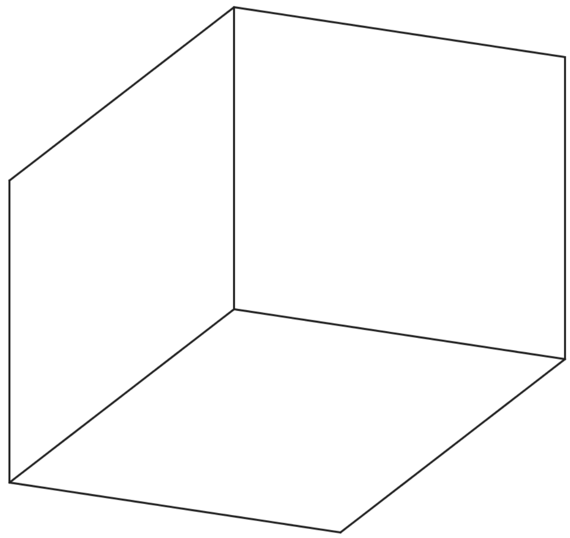
A interseção de π' e π'' chama-se *Linha de Terra*. Esta divide π' nas partes: anterior e posterior e π'' em superior e inferior.

Estes dois planos dividem o espaço em 4 porções, chamadas de *diedros*:
1º diedro – entre a parte anterior de π' e a superior de π''
2º diedro – entre a parte posterior de π' e a superior de π''
3º diedro – entre a parte posterior de π' e a inferior de π''
4º diedro – entre a parte anterior de π' e a inferior de π''

Considerando uma origem O sobre a Linha de Terra temos os eixos x, y e z.
No 1º diedro temos os valores para x _____ y _____ e z _____
No 2º diedro temos os valores para x _____ y _____ e z _____
No 3º diedro temos os valores para x _____ y _____ e z _____
No 4º diedro temos os valores para x _____ y _____ e z _____

Consideramos um 3º PFR (ou 3º PDP ou Plano Lateral de Projeção) π''' que contém os eixos y e z. Estes 3 planos dividem o espaço em octantes.

3.1.2. REPRESENTAÇÃO DO PONTO



Seja A um ponto pertencente ao 1º diedro. Considere as 3 projeções cilíndricas ortogonais: A', A'' e A''' sobre os planos π', π'' e π''', respectivamente.

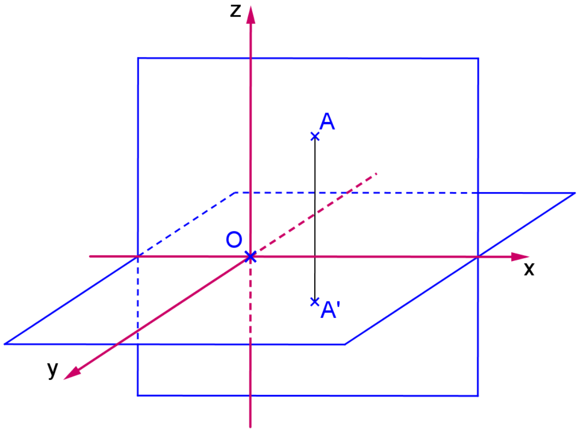
Temos as distâncias de A até os 3PFR:
Cota – distância de A até π' = segmento AA'
Afastamento – distância de A até π'' = segmento AA''
Abscissa – distância de A até π''' = segmento AA'''

Estas distâncias também nos fornecem as coordenadas (x,y,z) do ponto A:
x = abscissa
y = afastamento
z = cota

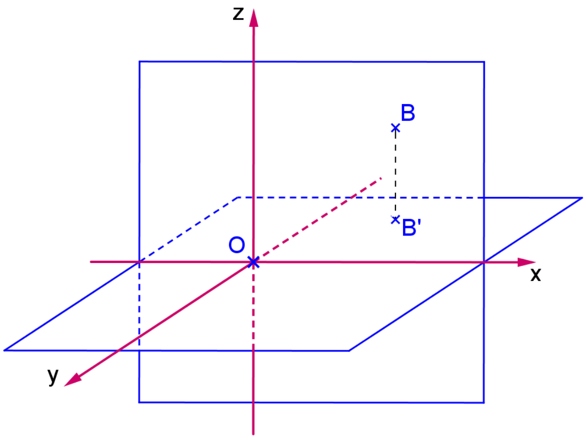
Fixamos um dos PFR e rebatemos os outros sobre o primeiro escolhido, temos a representação plana do ponto, chamada de *épura do ponto A*:

Pontos pertencentes aos diedros:

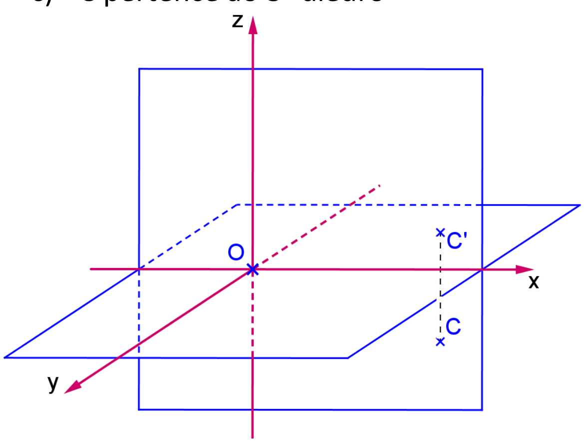
a) A pertence ao 1º diedro



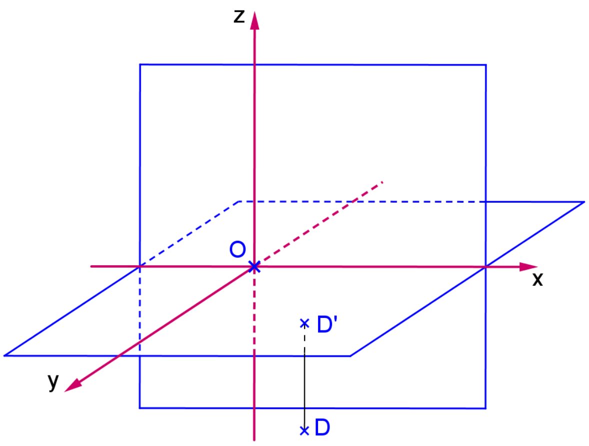
b) B pertence ao 2º diedro



c) C pertence ao 3º diedro



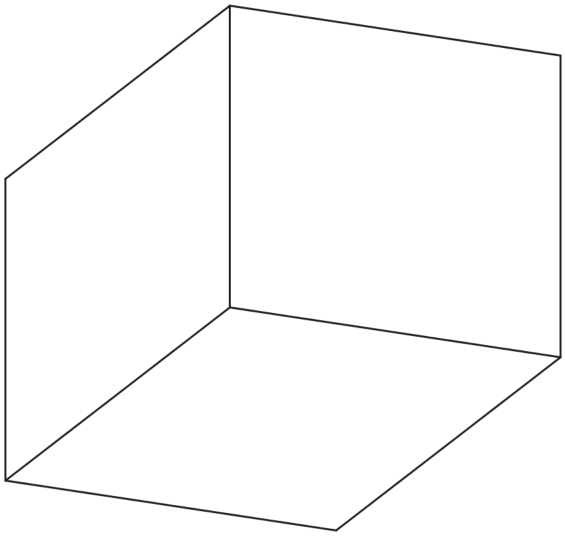
d) D pertence ao 4º diedro



3.1.3. PONTOS PERTENCENTES AOS PFR

Espaço

Épura:

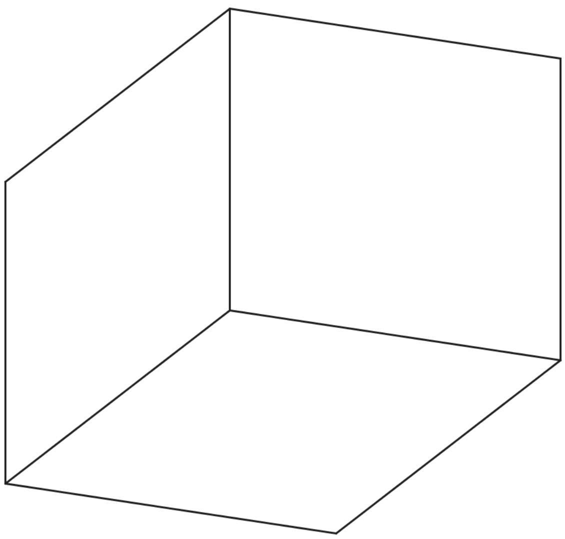


π' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. $A \in \pi' \Leftrightarrow$ ____ $\in$ LT.
π'' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. $B \in \pi'' \Leftrightarrow$ ____ $\in$ LT.
π''' é o lugar geométrico (LG) dos pontos de ______________ nulas. $C \in \pi''' \Leftrightarrow$ ____$\in$___.

3.1.4. PONTOS PERTENCENTES AOS EIXOS

Espaço

Épura:



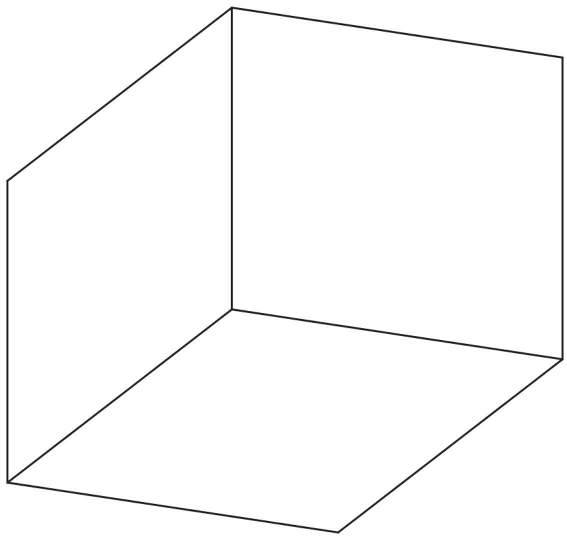
A LT (eixo x) é o LG dos pontos de ________________ nulas. Se $A \in$ LT $\Leftrightarrow$ ___________.
O eixo y é o LG dos pontos de ________________ nulos. Se $B \in y \Leftrightarrow$ ___________.
O eixo z é o LG dos pontos de ________________ nulas. Se $C \in z \Leftrightarrow$ ___________.

3.1.5. OBTENÇÃO DA 3ª PROJEÇÃO

Para obtermos a representação da 3ª projeção de um ponto, vamos rebater π''' sobre π''.

Considere π'' fixo. Ao rebatermos π''' sobre o π'', a 3ª projeção do ponto descreverá um arco de circunferência com centro no eixo z e raio igual à ordenada do ponto. Este arco está contido em um plano paralelo a π' e, portanto está em VG na 1ª projeção. A 3ª projeção rebatida do ponto pertence a uma reta que passa pela segunda projeção do ponto e é paralela a linha de terra.

Espaço



Épura

Exercícios:

A unidade utilizada é o milímetro.

1. Representar a 1ª, 2ª e a 3ª projeções dos pontos dados.

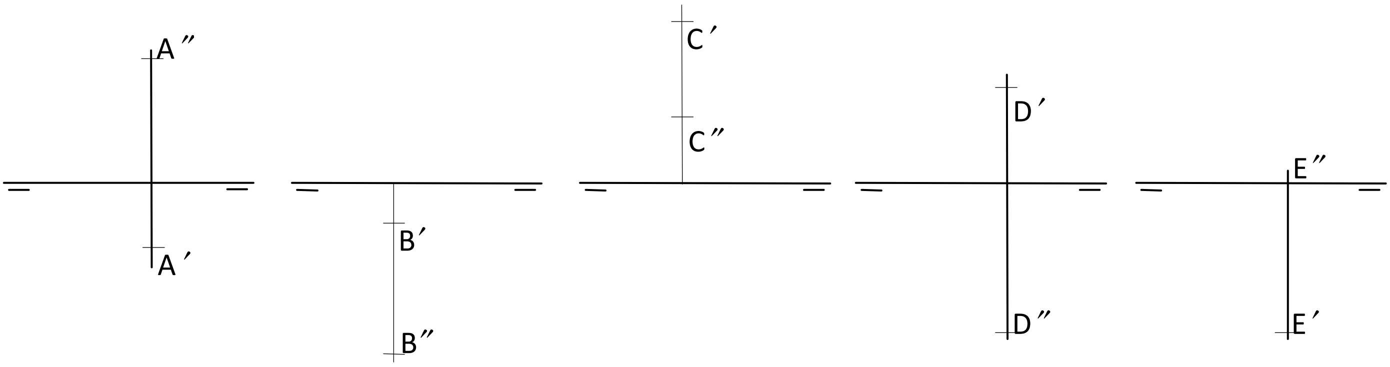
a) A(20,20,30)

b) B(10,15,-20)

c) C(40,-20,-10)

d) D(30,-25,35)

2. Indicar a localização dos pontos dados nos diedros ou PFR.

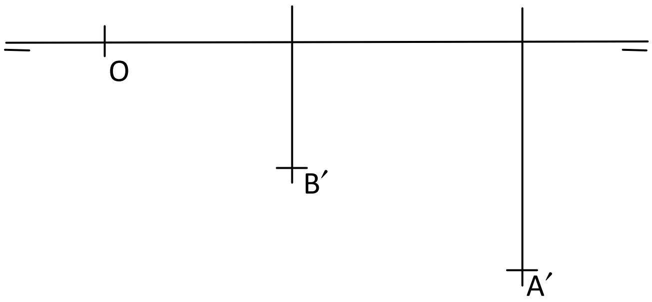


A ∈ _____ B ∈ _____ C ∈ _____ D ∈ _____ E ∈ _____

3. Representar os pontos dados. Identificar a posição do ponto em relação aos diedros ou aos planos de projeção. Representar a 3ª projeção de cada ponto.

A(20,30,10) ∈ ______
B(50,-20,40) ∈ ______
C(30,-40,-20) ∈ ____
D(40,50,-10) ∈ ______
E(10,0,30) ∈ ________
F(60,20,0) ∈ ________
G(15,0,-40) ∈ _______
H(-40,30,-10) ∈ _______
I(-10,-20,0) ∈ _______
J(10,40,?) ∈ π'

4. Representar um quadrado contido em π', conhecendo a primeira projeção do lado AB.



5. Representar o paralelogramo ABCD, sendo dados os vértices A e B, e o ponto M de interseção das diagonais. Dados: A(10,30,30), B(30,10,10), M(40,15,20).

6. Representar um triângulo equilátero ABC contido em π' de lado $l_3 = 30$, com o vértice A pertencente a π'' e um lado perpendicular a π''.
   a) $AB \perp \pi''$, A(40,?,?)
   b) $BC \perp \pi''$, A(-35,?,?)

3.2. REPRESENTAÇÃO DA RETA

<u>Propriedade já vista</u>: Se r é uma reta então r’ ou é uma reta (se r não for paralela à direção das projetantes d) ou um ponto (se r for paralela à direção das projetantes d)

<u>Para obtemos a projeção de uma reta r, consideramos</u>:
- ou dois pontos A e B pertencentes a r
- ou o seu plano projetante α

Como temos 3 PFR então há 3 projeções e, portanto, 3 planos projetantes.

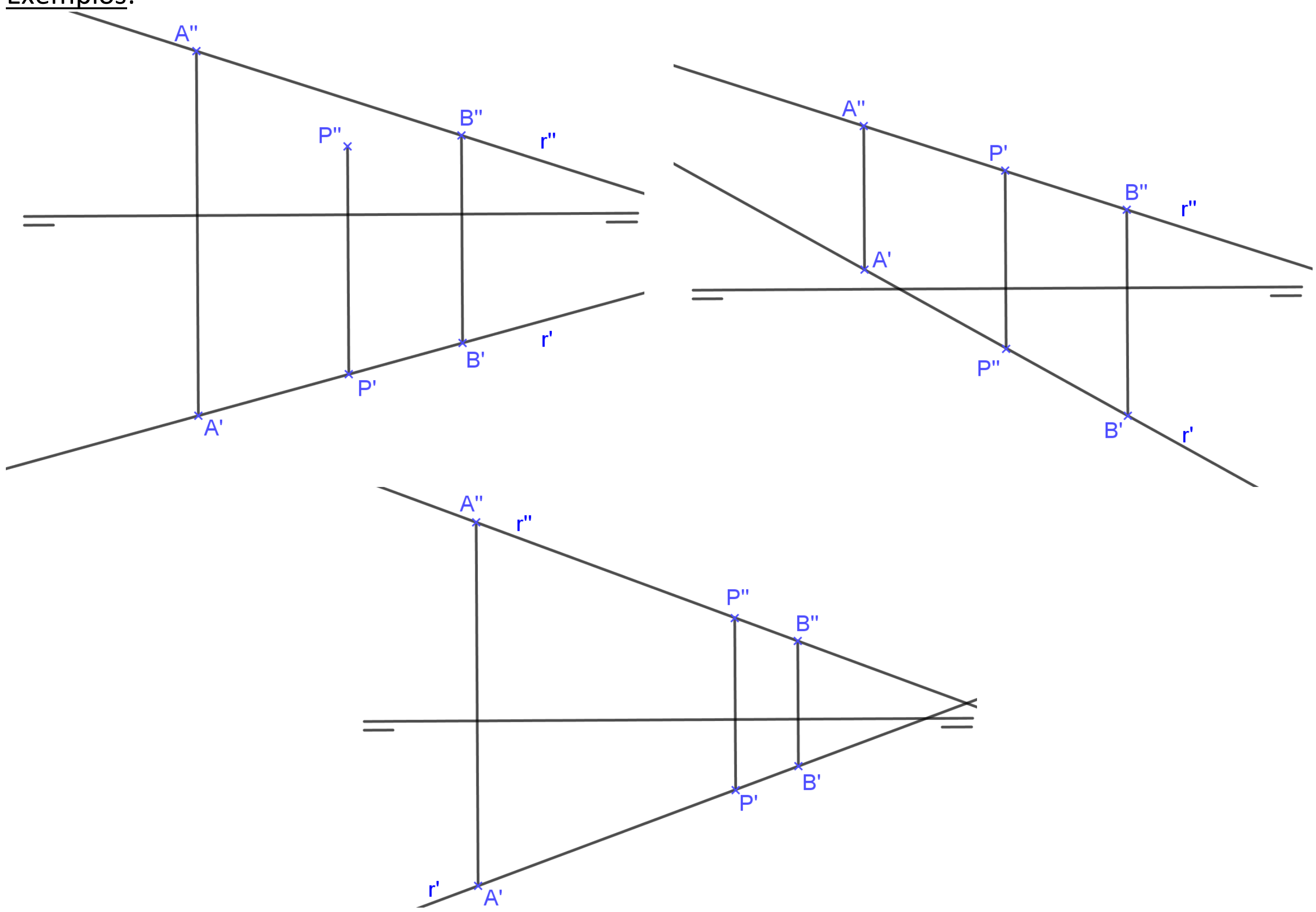
Normalmente, consideramos apenas a 1ª e a 2ª projeções da reta, pois são suficientes para determinar a 3ª projeção (exceto para a reta de perfil que veremos mais tarde).

3.2.1. PONTO PERTENCENTE À RETA

$P \in r \Leftrightarrow P' \in r'$ e $P'' \in r''$

Mas se $r \,//\, \pi'''$ e $r \perp \pi'$, então também deve ser verificado se $P''' \in r'''$.

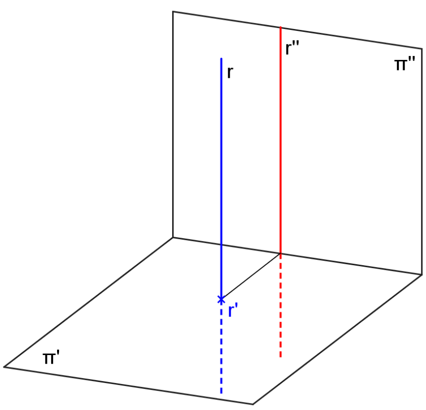
<u>Exemplos</u>:



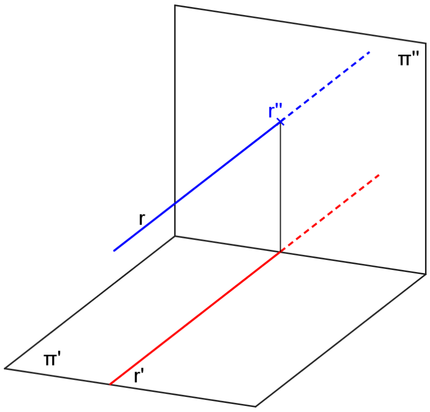
3.2.2. POSIÇÕES DA RETA EM RELAÇÃO AOS PFR

A reta pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

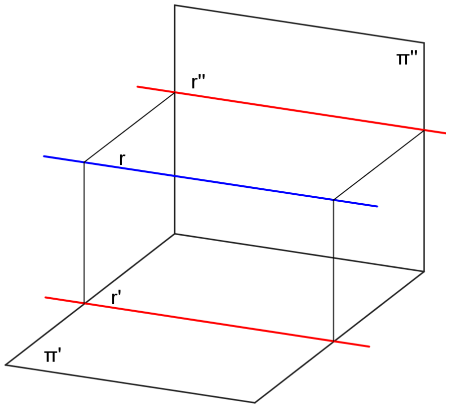
- <u>r perpendicular a um dos PFR</u>:



reta vertical

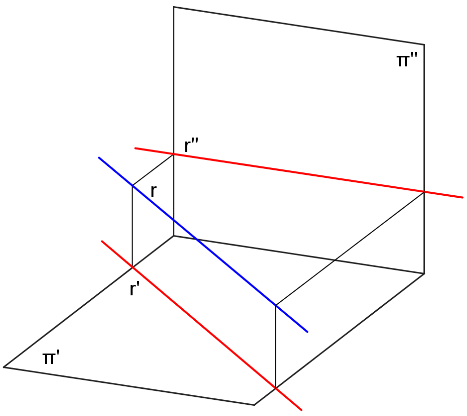


reta de topo

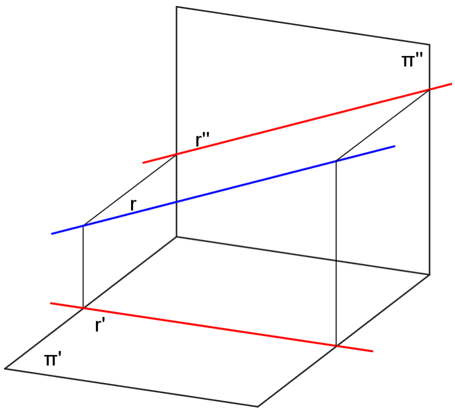


reta fronto-horizontal

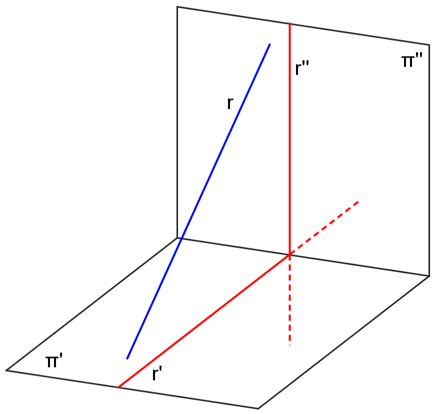
- <u>r paralela a um dos PFR e oblíqua em relação aos outros dois PFR</u>:



reta horizontal

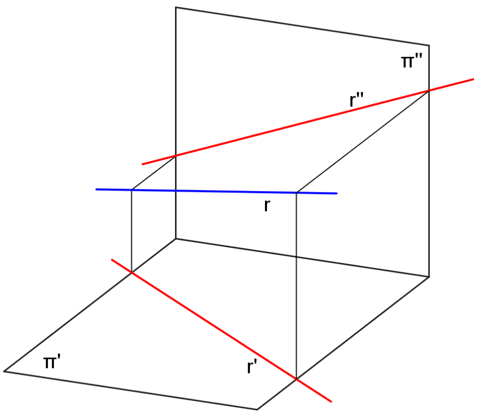


reta frontal



reta de perfil

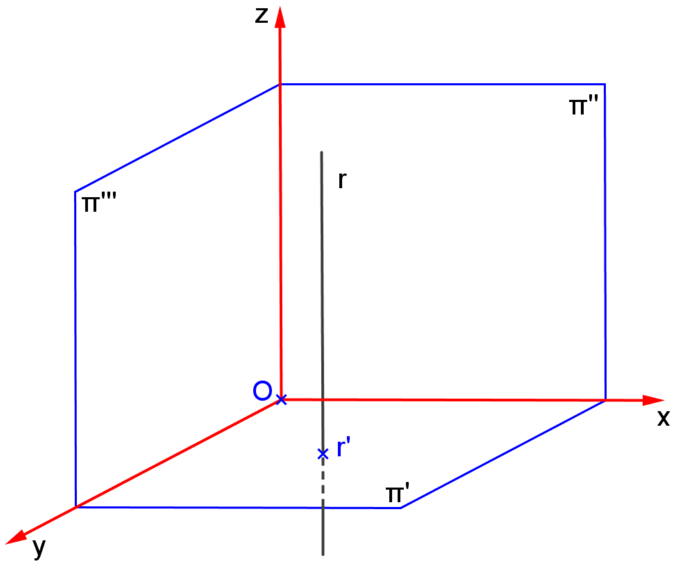
- <u>r oblíqua em relação aos os 3 PFR</u>:



reta qualquer

RETA VERTICAL

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π′__________________

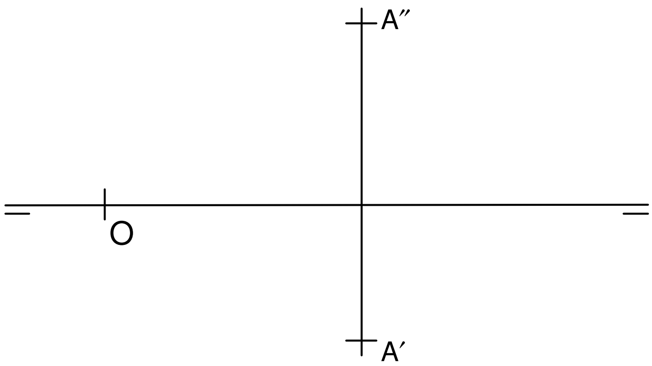
com π″ _________________

com π‴_________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

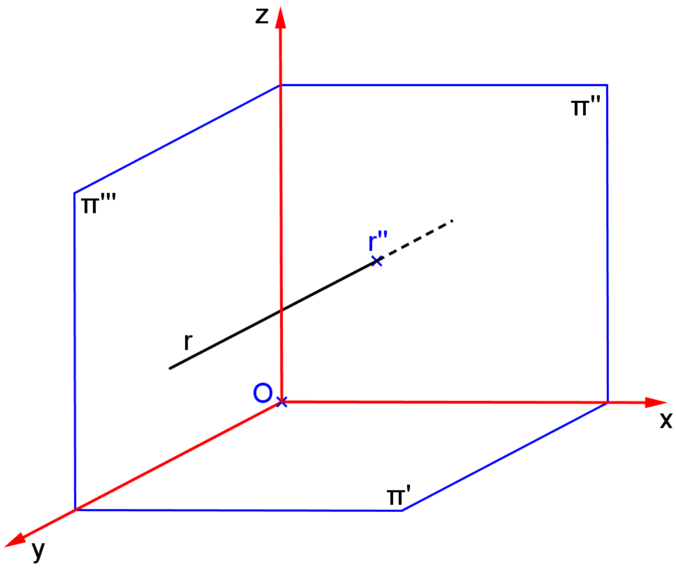
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta vertical r que passa pelo ponto A. Encontre as projeções do ponto pertencente a r que tem cota 10.



RETA DE TOPO

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π′__________________

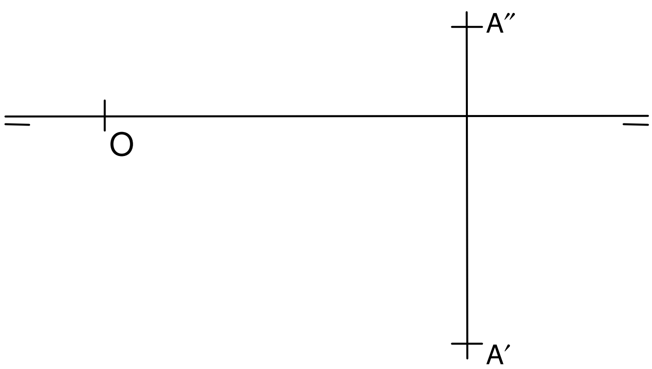
com π″__________________

com π‴__________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

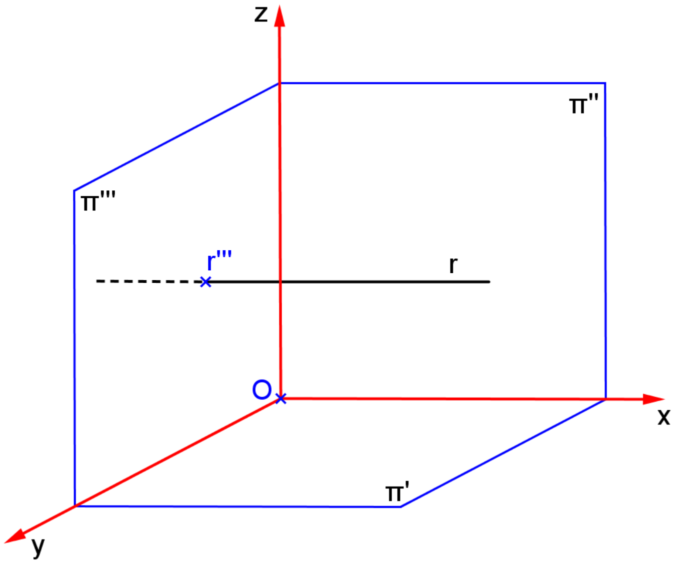
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta de topo r que passa pelo ponto A. Representar a reta s // r que passa por B(10,10,20).



RETA FRONTO-HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π´_________________

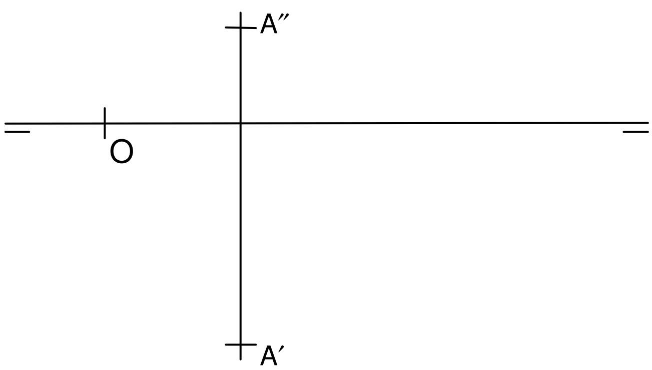
com π″_________________

com π´″_________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

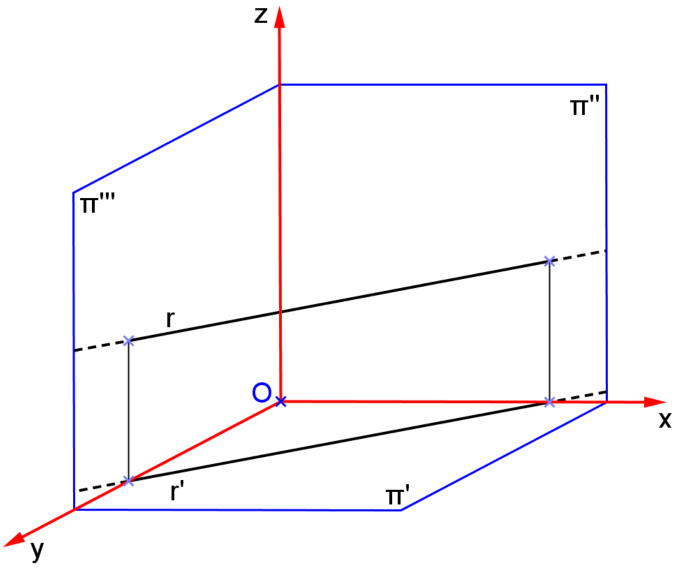
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta fronto-horizontal r que passa pelo ponto A. Encontre o ponto pertencente a r que abscissa 40.



RETA HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________ b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π´_________________

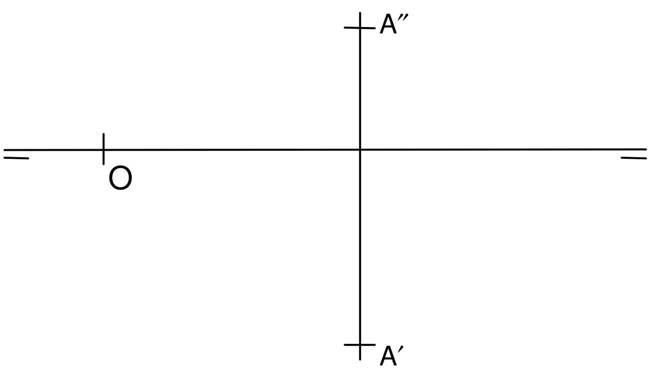
com π´´_________________

com π´´´_________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

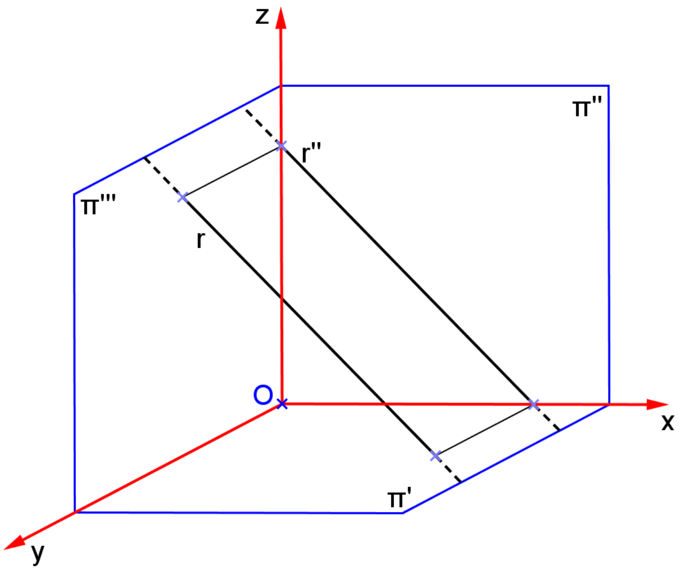
Exemplo: Representar a reta horizontal r que passa pelo ponto A e forma 60° com π´´. Encontre o ponto pertencente a r que tem afastamento 0.



RETA FRONTAL

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:



c) Diedros: ___________________________

d) Ângulos:

com π'__________________

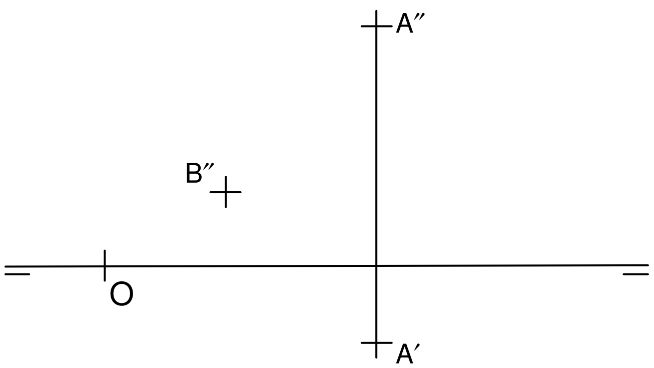
com π''__________________

com π'''__________________

e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

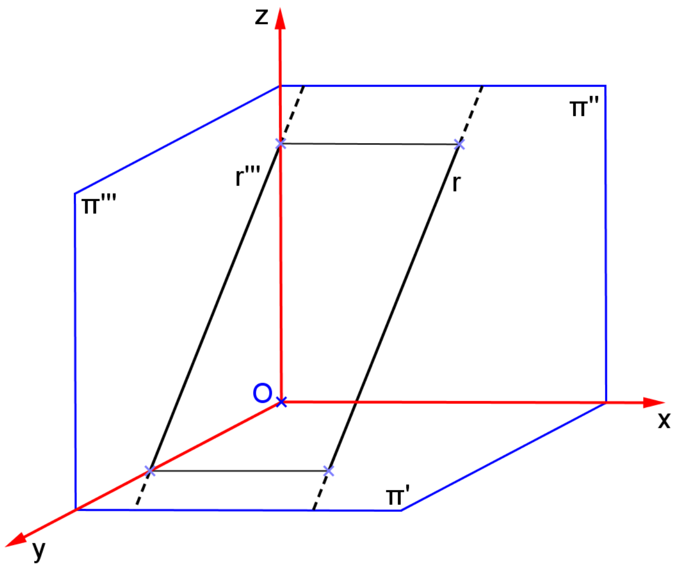
f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

Exemplo: Representar a reta frontal r que passa pelos pontos A e B. Encontre a 1ª projeção do ponto B, e o ponto C pertencente a r que tem cota 20.



RETA DE PERFIL

a) Característica espacial: ____



b) Épura:

c) Diedros: ___________________________________

d) Ângulos:

com π′__________________

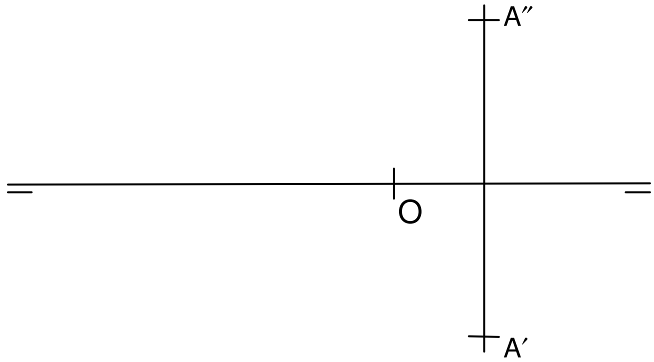
com π″__________________

com π‴__________________

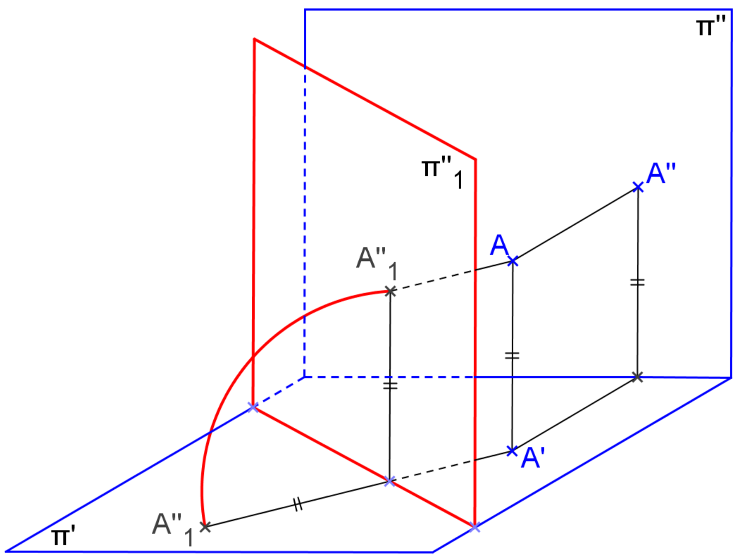
e) Tem alguma projeção em VG? ______________________

f) Quantidade de pontos necessários para representá-la: _____________________

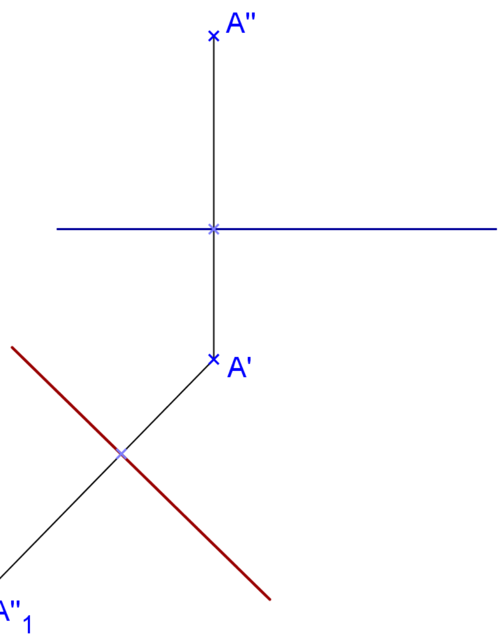
Exemplo: Representar a reta de perfil r que passa pelo ponto A e forma 60^{o} com π'. Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15.



MUDANÇA DE PLANO VERTICAL



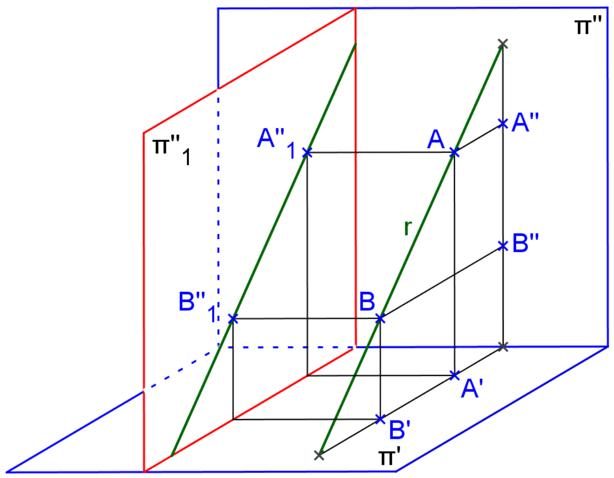
Épura:



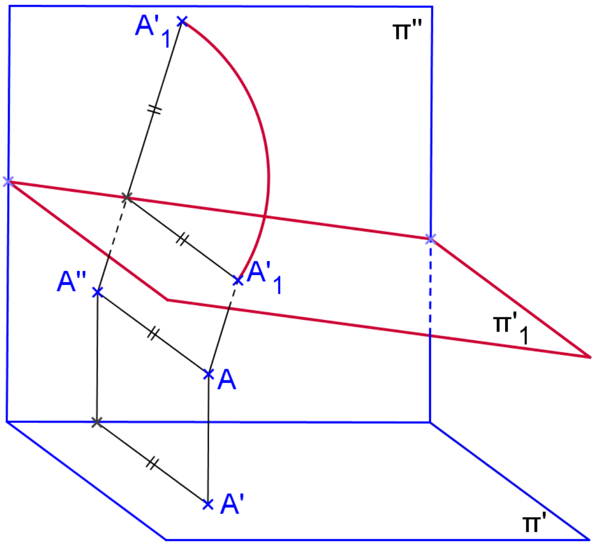
Propriedades da MPV:
- A’ é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- A’A”$_1$ é perpendicular à NLT.

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

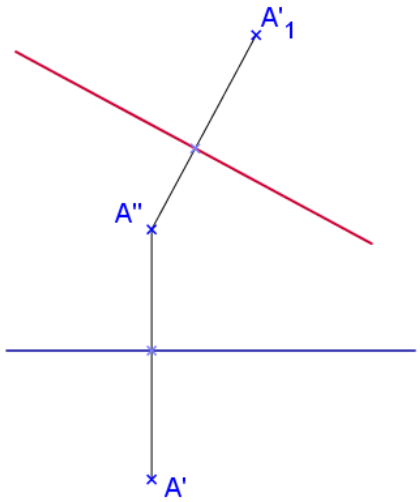
Mudança de Plano Vertical para uma reta de perfil: épura:



MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL

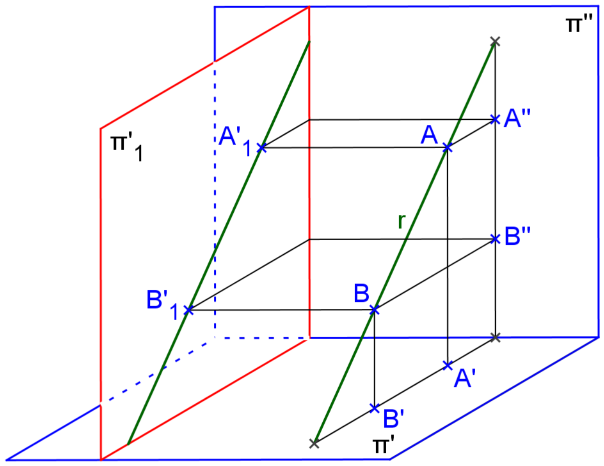


Épura:

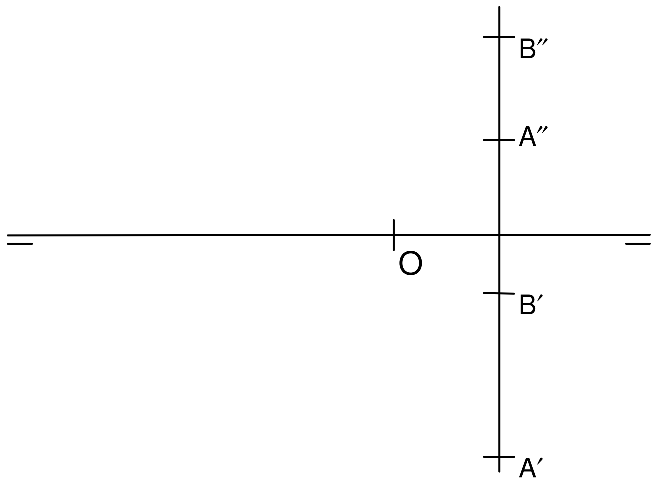


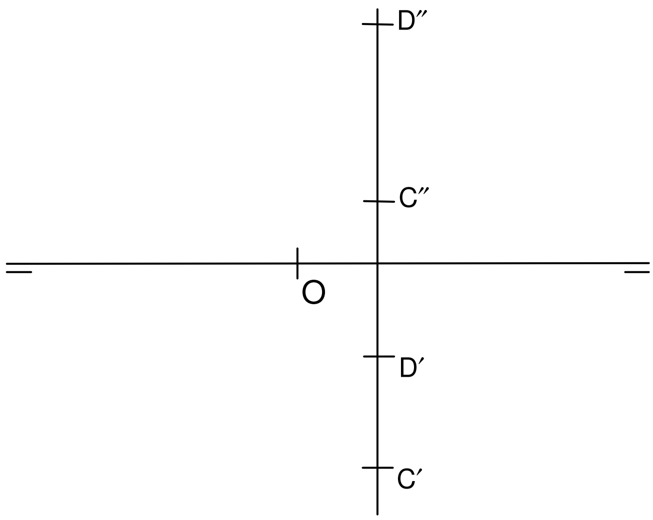
Propriedades da MPH:
- A″ é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- A″A′$_1$ é perpendicular à nova linha de terra.

Mudança de Plano Horizontal para uma reta de perfil: épura:



Exemplo: Encontrar as VGs dos segmentos AB e CD. Encontrar as projeções do ponto da reta r(A,B) que tem afastamento 23, e da reta s(C,D) com cota nula.

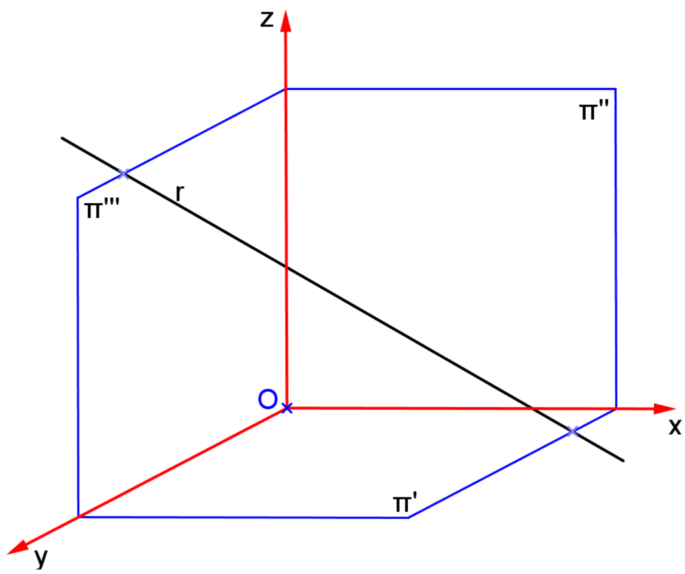




RETA QUALQUER

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:



c) Diedros: ______________________

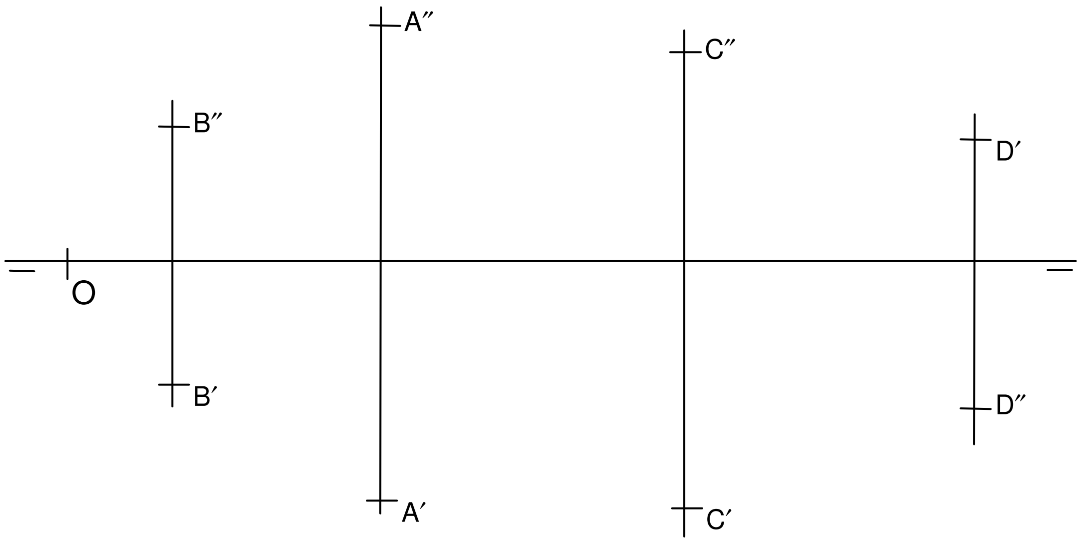
d) Ângulos:

com π′_______________

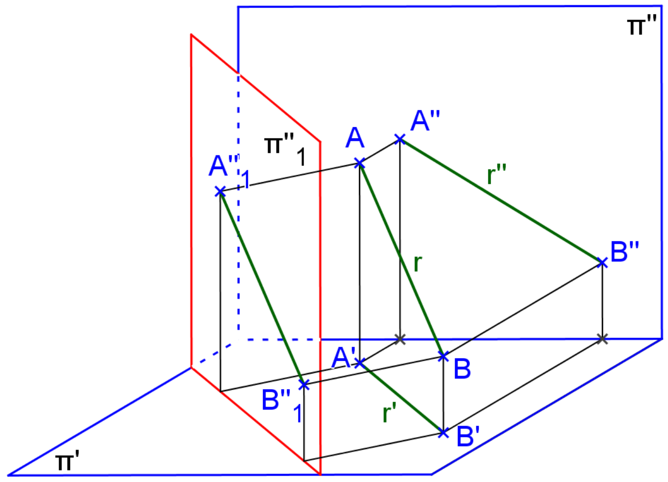
com π″_______________

com π‴_______________

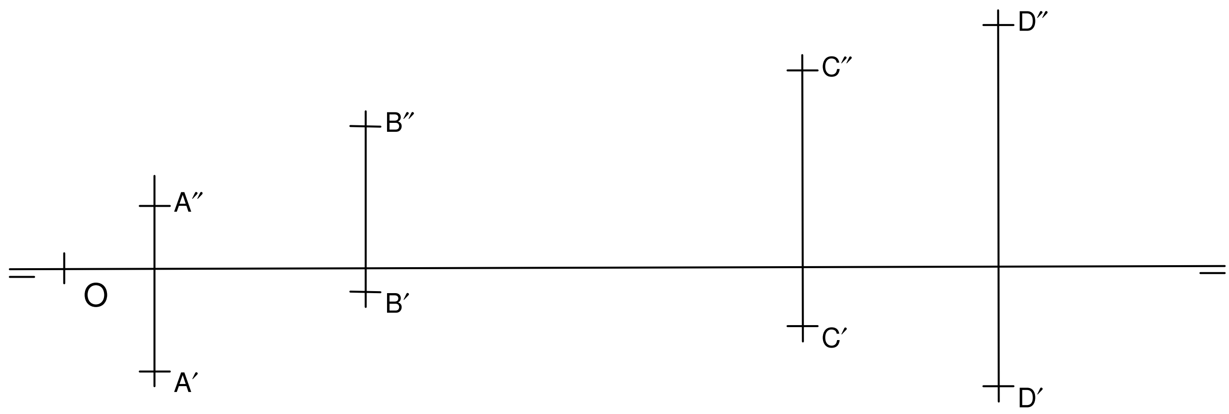
Exemplo: Representar as retas r(A,B) e s(C,D). Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem cota 15, e da reta s que tem afastamento 20.



Mudança de Plano Vertical para uma reta qualquer: épura:



Exemplo: Representar as retas r(A,B) e s(C,D). Encontrar as projeções do ponto da reta r que tem afastamento 10, e da reta s que tem cota 40. Encontre as vgs de AB e CD.



Exercícios propostos:

1. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos vertical, considerando A(10,10,25) e B(10,40,50).
2. Encontrar a VG do segmento AB utilizando uma mudança de planos horizontal, considerando A(10,40,10) e B(40,20,50).
3. Seja a reta r definida pelos pontos A e B. Representá-la, identificar o nome da reta e sua posição em relação aos PFR (paralela, oblíqua ou perpendicular), encontrar os ângulos que a reta forma com os PFR, bem como a VG do segmento AB.

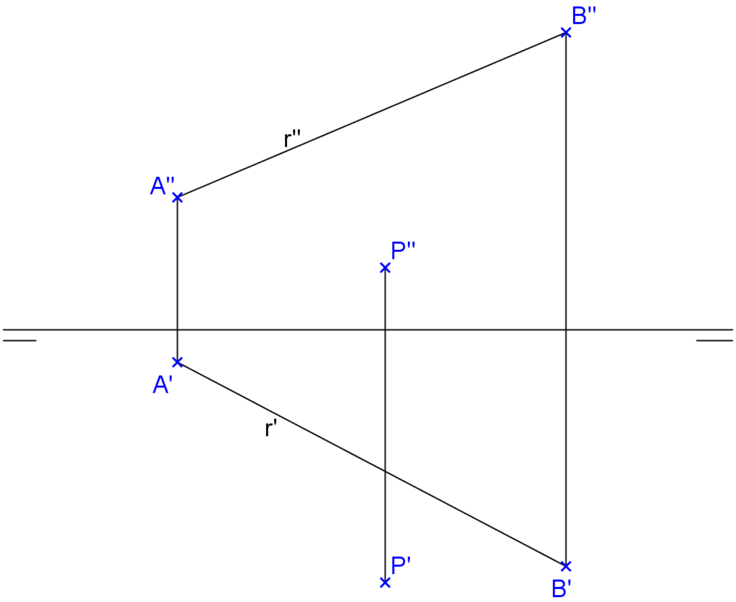
   a) A(30,15,10), B(60,50,-05)
   b) A(20,15,20), B(20,45,20)
   c) A(20,20,10), B(20,20,45)
   d) A(10,20,-10), B(50,20,20)
   e) A(40,50,10), B(40,10,30)
   f) A(0,-20,-10), B(50,20,-10)
   g) A(20,-10,-30), B(50,-10,-30)

4. Representar as retas horizontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
   a) A(10,30,40), $\theta''' = 30^o$
   b) A(10,30,40), $\theta'' = 30^o$
5. Representar as retas frontais que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR.
   a) A(10,-40,-60), $\theta' = 15^o$
   b) A(10,30,40), $\theta''' = 30^o$

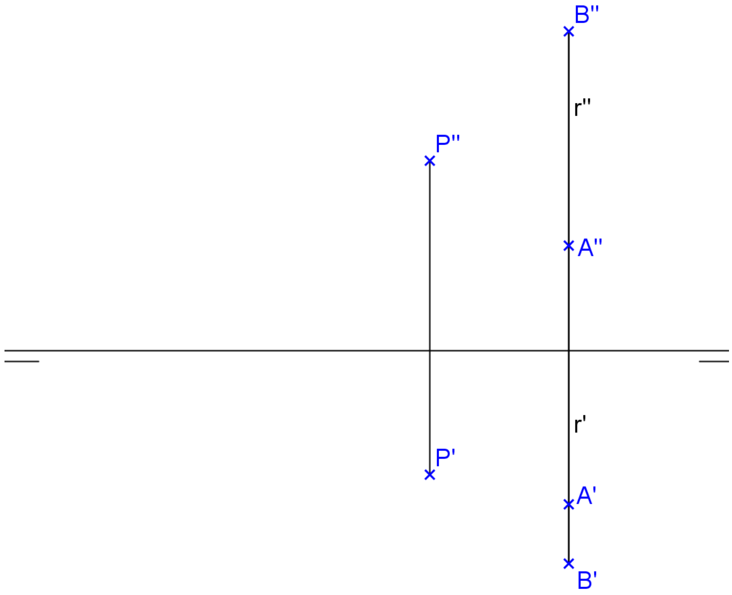
6. Representar as retas de perfil que passam pelo ponto dado A e que formam ângulo dado com um dos PFR. Utilize mudança de plano vertical ou horizontal.
   a) A(50,10,-20), $\theta' = 30^{o}$
   b) A(20,25,10), $\theta'' = 45^{o}$

7. Encontre as projeções da reta s, paralela à reta r, que passa por P:

a)

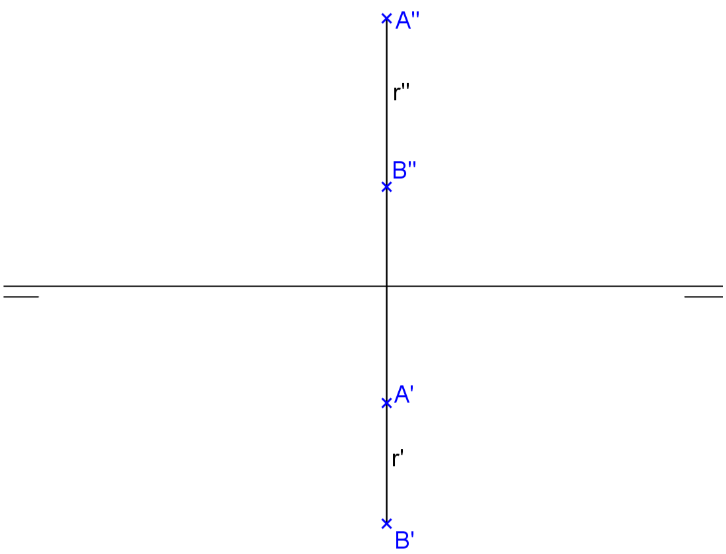


b)

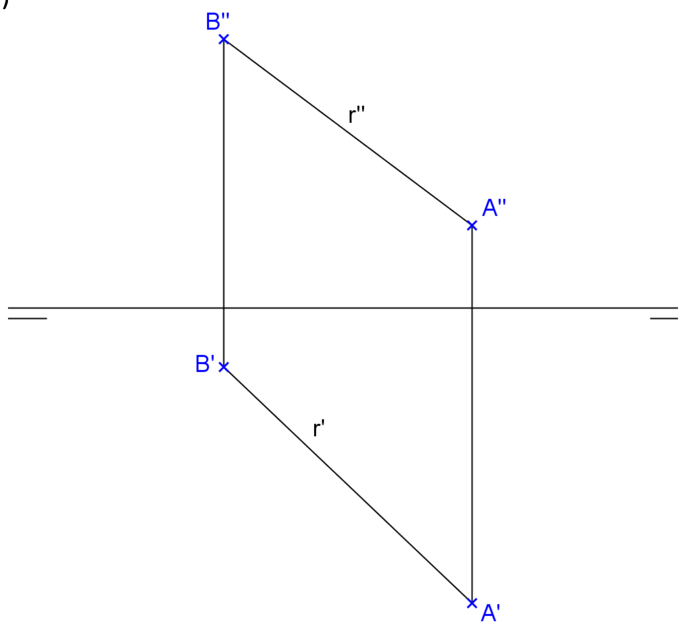


8. Encontre a verdadeira grandeza do segmento AB contido na reta r. Determine a verdadeira grandeza do ângulo que a reta r forma com π'.

a)

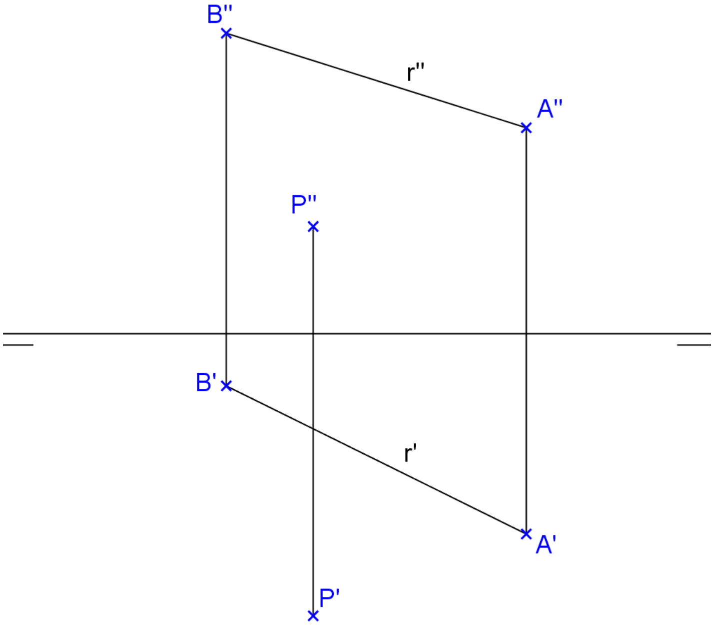


b)

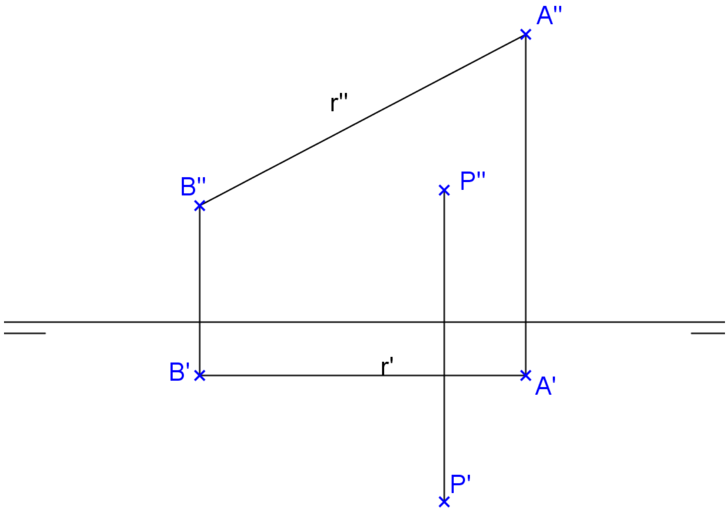


9. Encontre as projeções da reta s, ortogonal à reta r, que passa por P, e é do tipo:

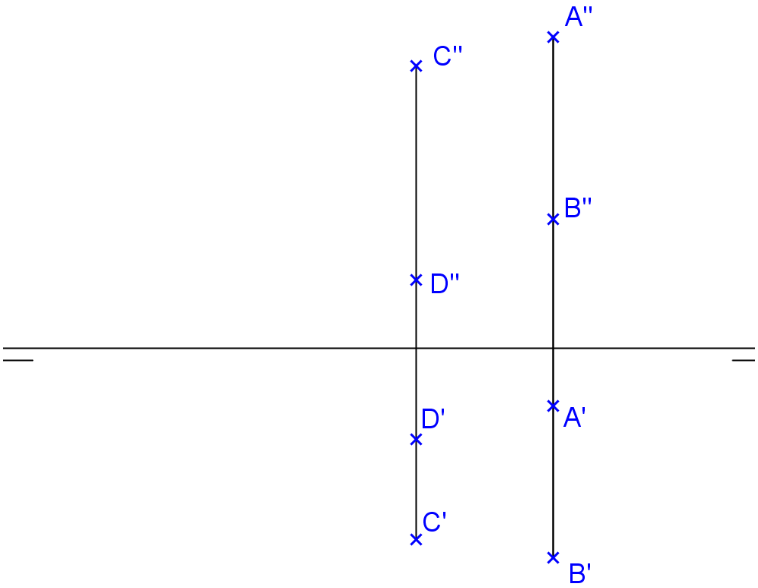
a) horizontal

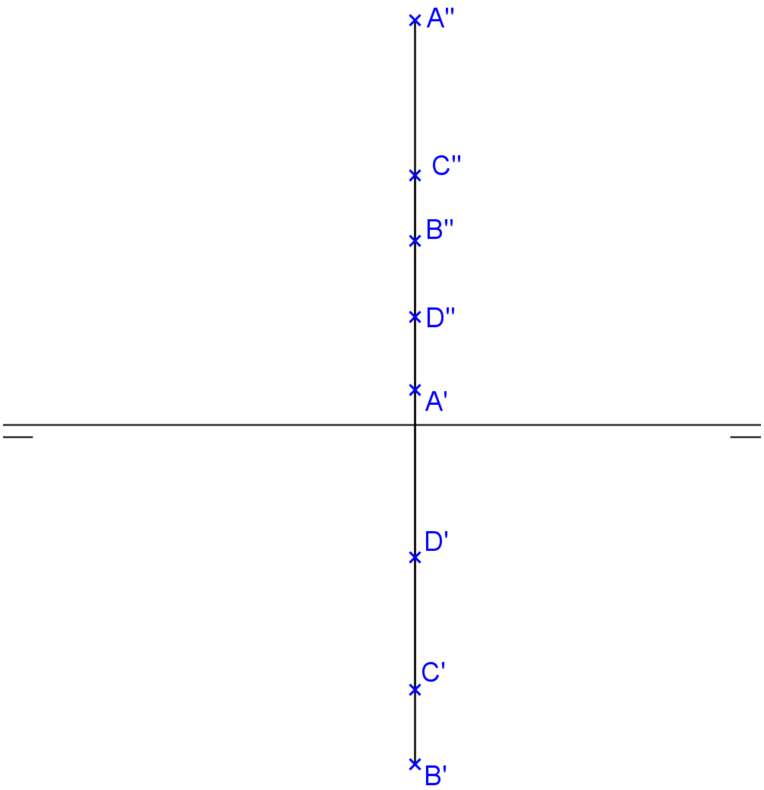


b) frontal



10. Determine se as retas de perfil r(A,B) e s(C,D) são paralelas, concorrentes ou reversas:





3.3. REPRESENTAÇÃO DO PLANO

Um plano está determinado por:
- 3 pontos não colineares
- 1 ponto e uma reta que não se pertencem
- duas retas concorrentes ou paralelas

Exemplos:

3.3.1. PERTINÊNCIA DE PONTO E RETA A UM PLANO

2.1. Pertinência de reta a plano

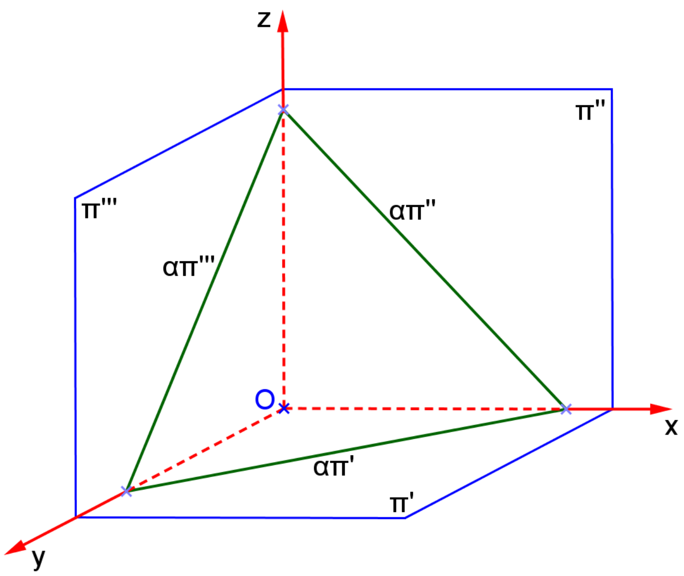
$$r \subset \alpha \iff \begin{cases} r \text{ X } a,\ r \text{ X } b,\ \text{ onde } a,b \subset \alpha \\ r \text{ X } a,\ r \mathbin{//} b,\ \text{ onde } a,b \subset \alpha \end{cases}$$

2.2. Pertinência de ponto a plano

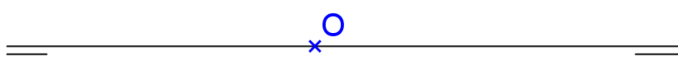
$$P \in \alpha \iff P \in r \text{ e } r \subset \alpha$$

3.3.2. REPRESENTAÇÃO DO PLANO PELOS SEUS TRAÇOS

No espaço:



Em épura:



Os traços de α são:

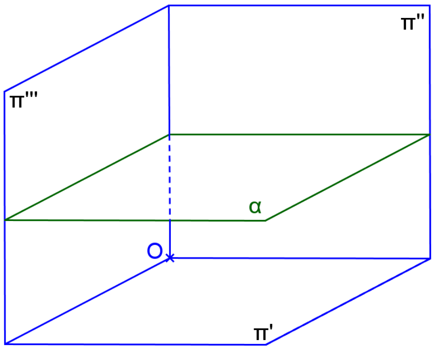
$\alpha\pi'$ – 1º traço ou traço horizontal
$\alpha\pi''$ – 2º traço ou traço vertical
$\alpha\pi'''$ – 3º traço ou traço lateral

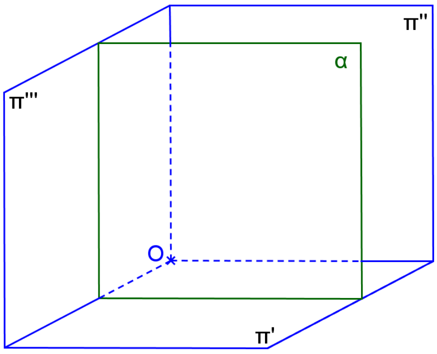
<u>Propriedade</u>: ou $\alpha\pi'$ intercepta $\alpha\pi''$ num ponto que pertence à linha de terra, ou os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ são paralelos à linha de terra.

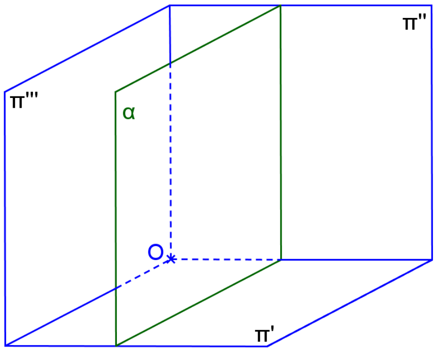
3.3.3. POSIÇÕES DO PLANO EM RELAÇÃO AOS PFR

Um plano α pode ocupar posições distintas em relação aos 3 PFR, podendo ser:

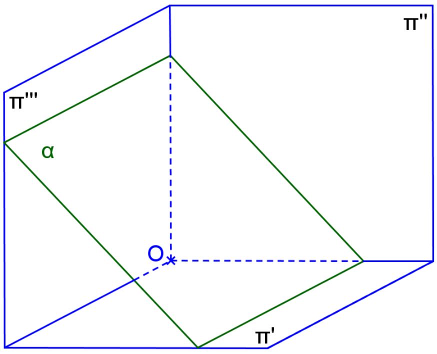
- α <u>paralelo a um dos PFR</u>:

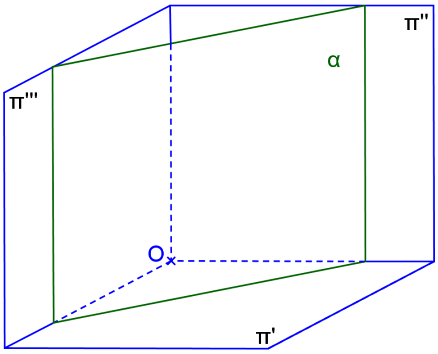


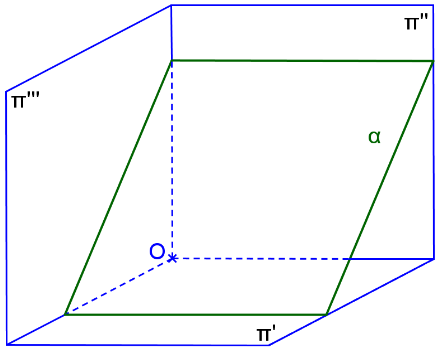




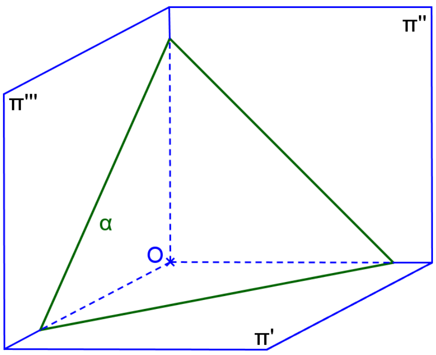
- α <u>perpendicular a um dos PFR e oblíquo em relação a outro</u>:







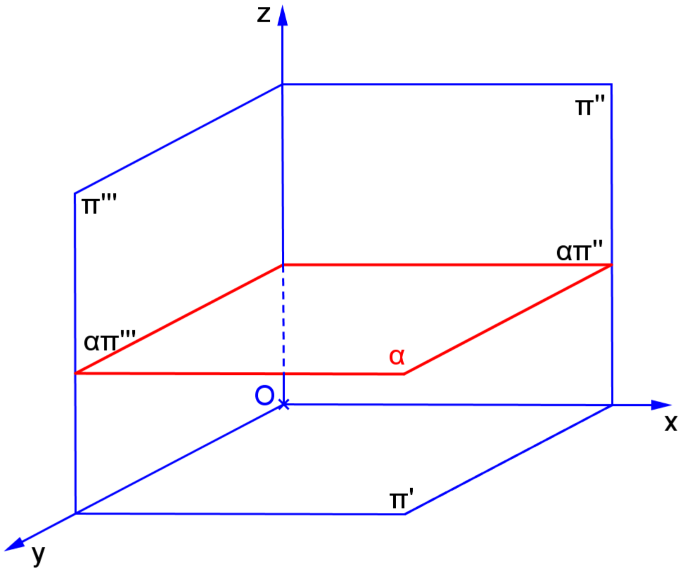
- α <u>oblíquo em relação aos PFR</u>:

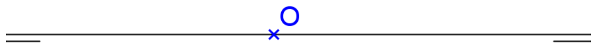


PLANO HORIZONTAL

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:





c) Traços: ________________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: __________________________________

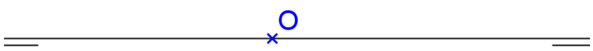
h) Ângulos:

com π' __________________

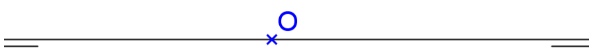
com π'' __________________

com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:



j) Reta perpendicular ao plano:



Exercícios:

1. Representar um quadrado ABCD contido num plano horizontal α, dados A(10,10,20) e B(40,20,?).

2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α, dados o centro O(30,30,20) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 20, e sabendo que um de seus lados é fronto-horizontal.

3. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano horizontal α sendo dados o centro O(40,30,10) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 20, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 15^{o} com π''.

VISIBILIDADE DE UM SÓLIDO

O contorno aparente é obtido pelas projetantes razantes ao sólido (aquelas que estão projetando os pontos mais afastados do objeto).
Este contorno aparente divide o sólido em duas partes, uma visível e outra não visível.

Critérios de visibilidade:

1º O contorno aparente é sempre visível.

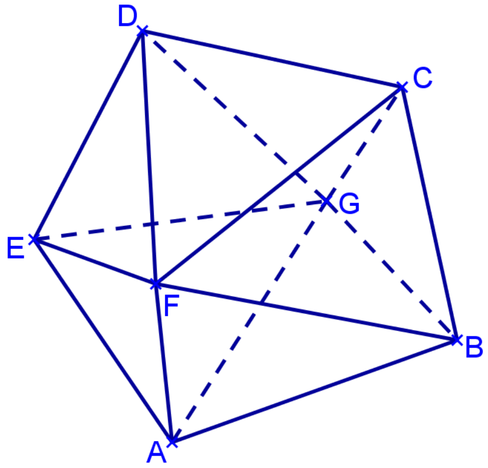
2º Uma face que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

3º Uma aresta que contém um ponto visível, não pertencente ao contorno, é visível.

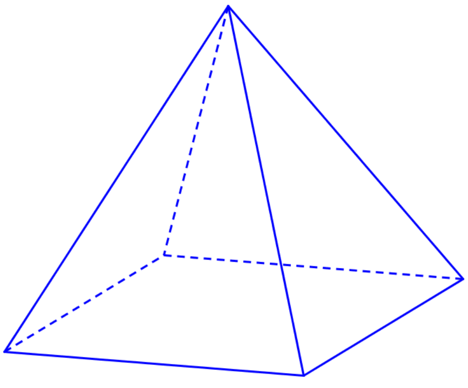
4º Duas faces que tem uma aresta comum pertencente ao contorno aparente são uma visível e outra não visível.

5º Duas arestas que tem um vértice comum não pertencente ao contorno aparente são ambas visíveis ou invisíveis, depende se o vértice é ou não visível.

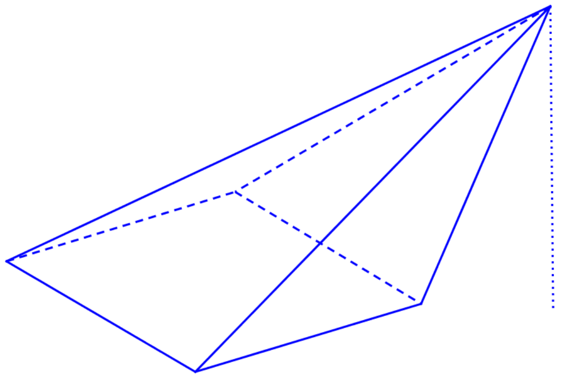
6º Dois pontos que têm a mesma projeção são um visível e outro invisível.



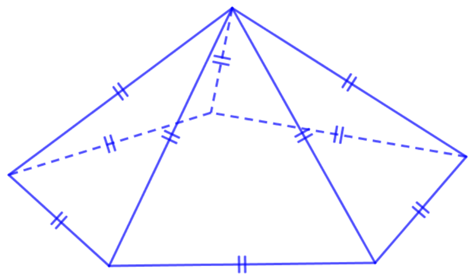
Pirâmides:



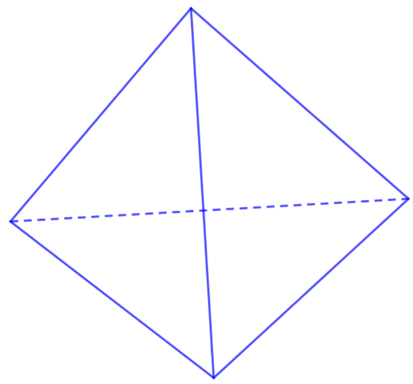
Reta



Oblíqua



Arquimediana



Tetraedro

Exercícios:

1. Representar uma pirâmide reta de base hexagonal ABCDEF, contida em um plano horizontal α, com altura h = 50, dados A(10,10,00) e B(-30,00,00).

Modelos 3D: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

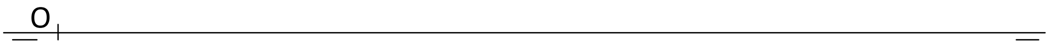
2. Representar uma pirâmide reta de base quadrada ABCD contida em um plano α horizontal, de altura h=50, dados A(10,20,00) e B(40,10,?).

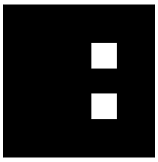
O

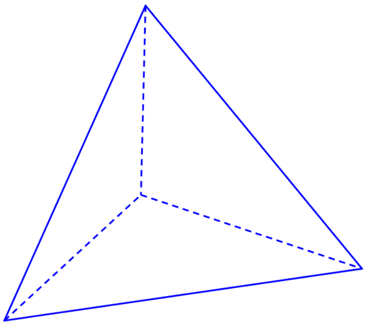
3. Representar uma pirâmide V-ABCD com base quadrangular contida em um plano horizontal α, dados V(60,10,60), A(20,00,10) e B(40,20,?)

O

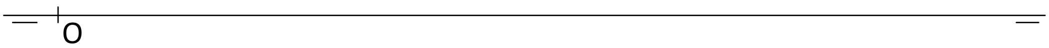
4. Representar um tetraedro regular ABCD, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,20,00) e B(50,60,?).

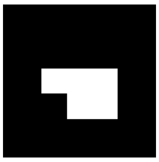


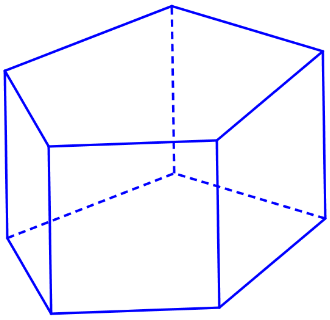




5. Representar um prisma reto de base triangular ABC contida num plano horizontal α, de altura h=40, sendo dados o centro da base O(30,30,10) e o vértice A(10,10,10).

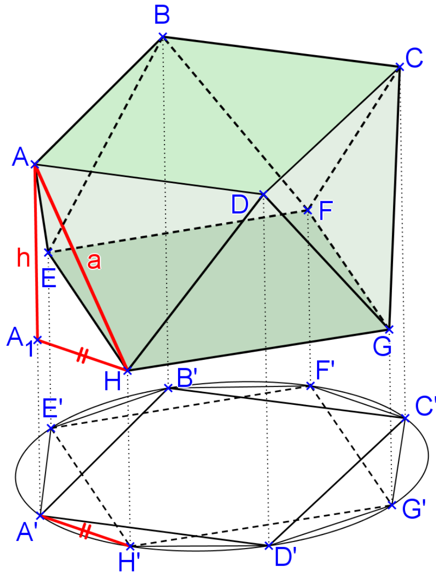




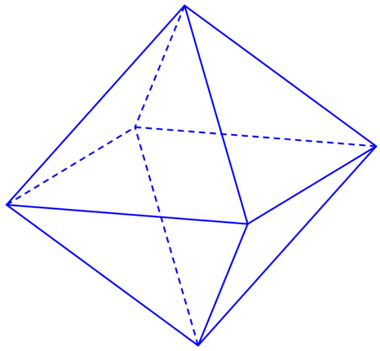


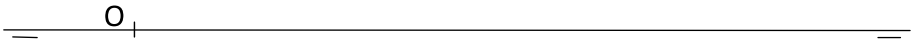
6. Representar um prisma quadrangular ABCD-EFGH, com uma base contida em um plano horizontal α, dados os vértices A(10,30,00), B(40,10,?) e E(70,20,30).

7. Representar um anti-prisma arquimediano com a base ABCDEF hexagonal e contida em um plano horizontal, dados os vértices A(20,50,40) e B(50,60,40).

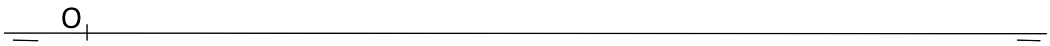


8. Representar um octaedro regular ABCDEF, com seção equatorial ABCD contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,10,30) e B(50,00,30).





9. Representar um octaedro regular ABCDEF, com a face ABC contida em um plano horizontal, dados os vértices A(10,40,10) e B(60,50,10).



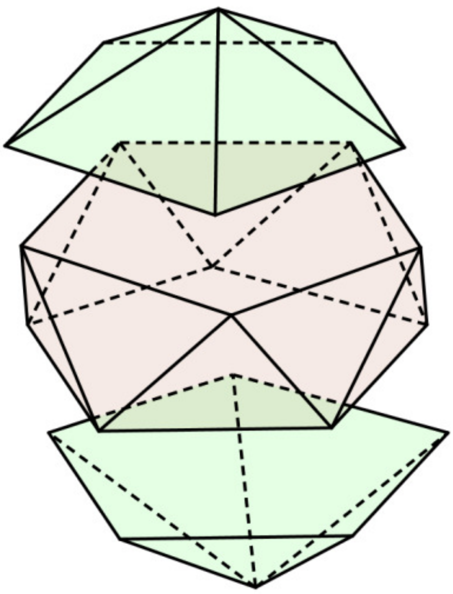
Exercícios propostos:

1. Representar as projeções de um pentágono regular contido em um plano horizontal, dado o lado AB: A(10,10,10), B(40,30,?)

2. Representar as projeções do prisma oblíquo de base hexagonal regular contida em um plano horizontal, dados em posição a aresta de uma das bases (AB) e a aresta lateral (AG): A(30,30,10), B(20,60,10), G(70,10,60). Encontre a verdadeira grandeza de uma das arestas laterais.

3. Representar as projeções do anti-prisma arquimediano pentagonal com a face ABCDE sobre um plano horizontal: A(50,20,10), B(20,40,10).

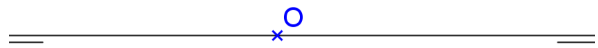
4. Representar as projeções do icosaedro regular de aresta AB horizontal e sabendo-se que uma das diagonais principais é perpendicular a π': A(20,40,30), B(50,20,30).

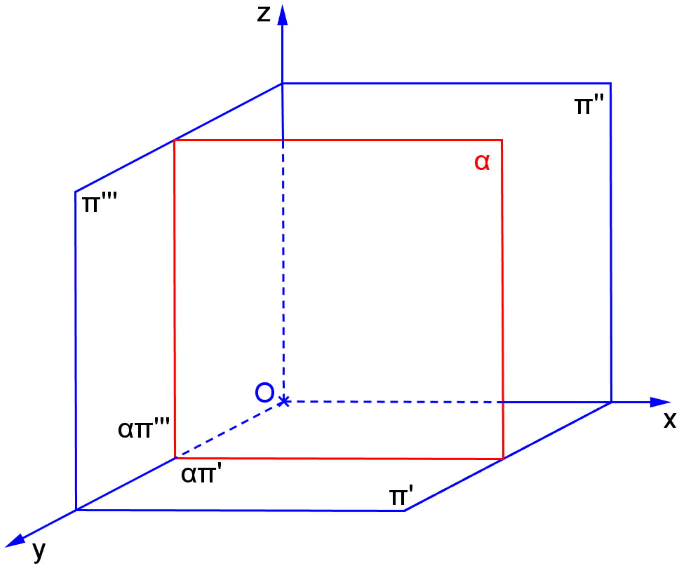


PLANO FRONTAL

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:





c) Traços: ________________
____
____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

h) Ângulos:

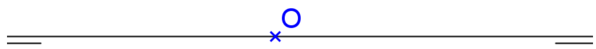
com π' __________________

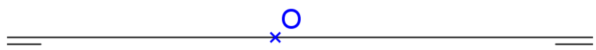
com π'' __________________

com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:

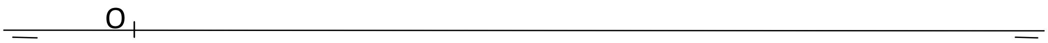
j) Reta perpendicular ao plano:



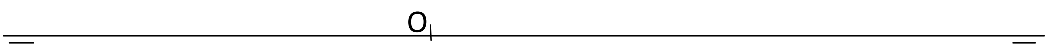


Exercícios:

1. Representar um hexágono regular ABCDEF contido num plano frontal α sendo dados o centro O(40,10,45) da circunferência circunscrita ao polígono e o seu raio r = 40, sabendo que um de seus lados forma ângulo de 30º com π′.



2. Representar uma pirâmide dupla, de altura h=20, com seção equatorial hexagonal em um plano frontal, dados os vértices do hexágono A(10,30,20), B(-10,30,00).



Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra.html

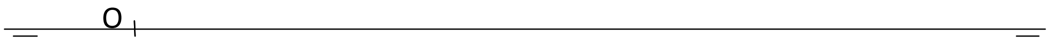
3. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF, com base sobre um plano frontal, e altura h=50, dados A(10,00,30), B(30,?,10).

O

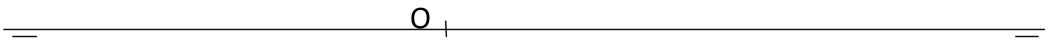
4. Representar um prisma arquimediano de base pentagonal ABCDE contida em um plano frontal, dados 2 vértices consecutivos A(20,10,00) e B(50,?,20).

O

5. Representar um tetraedro regular ABCD com uma face contida em um plano frontal, dados A(10,10,20) e B(50,?,60).



6. Representar um cilindro circular reto com a base de centro O apoiada num plano frontal, dados: O(-10,10,30), r=30, h=40.



7. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases apoiadas em planos frontais, dados os centros das bases O(-20,10,20) e P(50,40,40), e r=20.

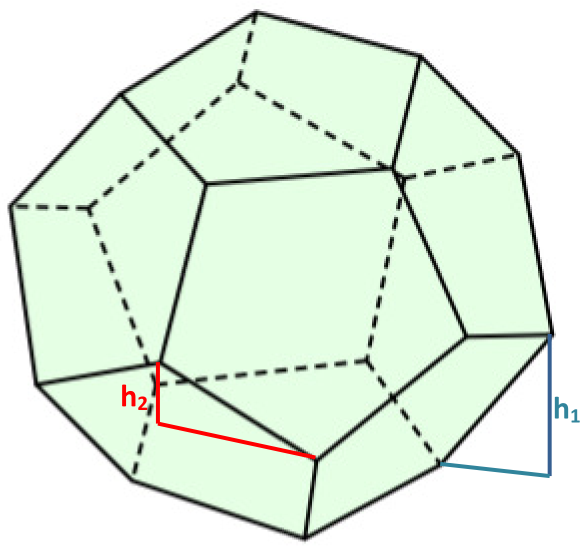
O

8. Representar um cone circular oblíquo com a base apoiada em um plano frontal, dados o centro da base O(20,00,30) o vértice V(70,60,60), e r=20.

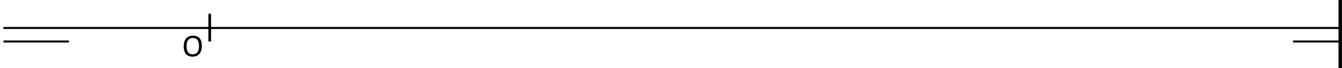
O

9. Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano frontal** α. Dados A(60,10,75) B(75,10,48).

O

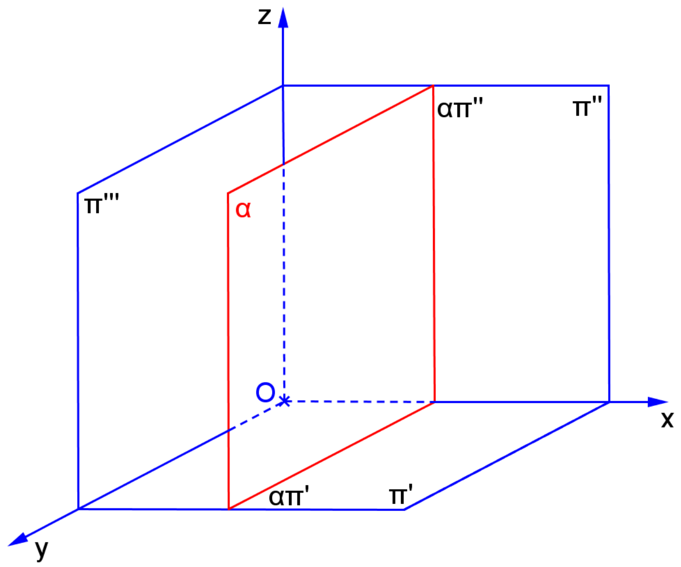


10. Represente as projeções do dodecaedro regular de aresta AB, com a face ABCDE contida no **plano horizontal** α. Dados A(60,25,25) B(75,57,25).

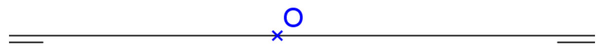


PLANO DE PERFIL

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:



c) Traços: ________________
____
____

d) É plano projetante? ____

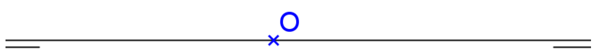
e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

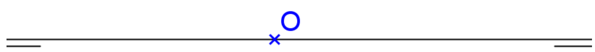
g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: __________________________________

h) Ângulos:
com π´ __________________
com π´´ __________________
com π´´´ __________________

i) Traço de reta no plano:

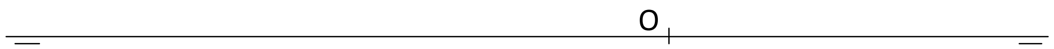


j) Reta perpendicular ao plano:

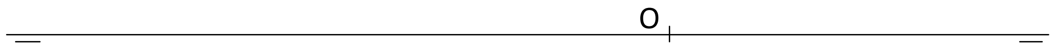


Exercícios:

1. Representar um triângulo equilátero ABC contido em um plano α de perfil, dados A(30,20,10) e B(?,35,50).



2. Representar uma pirâmide dupla, com altura h=40, com base quadrada, dados os vértices da seção equatorial contida em um plano de perfil: A(30,10,20) e B(30,20,40).



Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/ra1.html

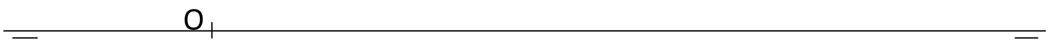
3. Representar um prisma quadrangular regular ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de perfil, dados A(50,20,40) e B(?,10,20), e h=40.

O

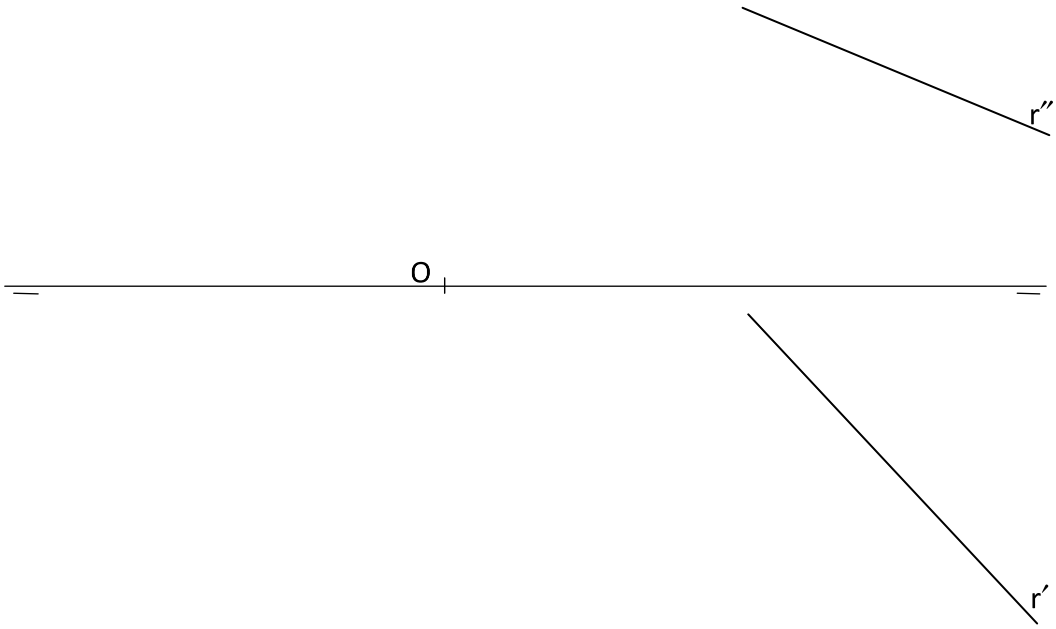
4. Representar uma pirâmide hexagonal regular V-ABCDEF com a base em um plano de perfil, dados A(10,00,30), B(?,20,10) e altura h=50.

O

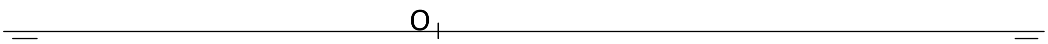
5. Representar as projeções da pirâmide oblíqua de base hexagonal contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e o vértice principal V: A(70,30,20), B(70,10,25), V(-10,45,05). Representar a seção plana nesta pirâmide por um plano horizontal de cota 15.



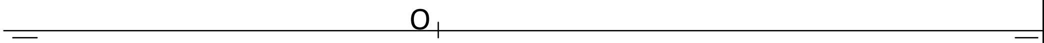
6. Representar as projeções do prisma oblíquo de base quadrada contida em um plano de perfil, dados os vértices da base A e B e a reta r paralela às arestas laterais do prisma: A(10,25,20), B(10,40,40) e h=40. Representar a seção plana no prisma por um plano frontal de afastamento 35.



7. Representar as projeções do cilindro circular oblíquo com as bases contidas em planos de perfil, dados os centros das bases P e Q e o raio 11. Representar as projeções da seção plana neste cilindro feita pelo plano horizontal de cota 20: P(25,25,45), Q(70,35,00)



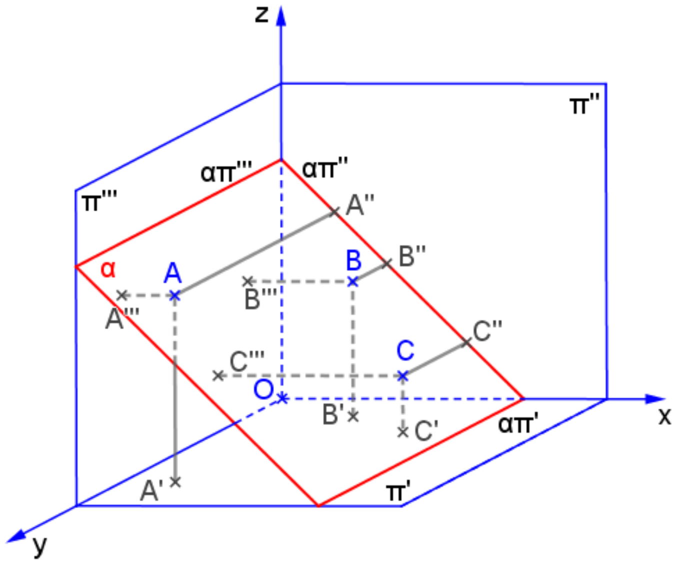
8. Representar as projeções de uma esfera de raio 20, sabendo-se que os segmentos AB e CD representam as projeções da seção plana da esfera por um plano de perfil: A(50,20,40), B(50,20,20), C(50,10,30), D(50,30,30). Representar as projeções da seção plana nesta esfera com um plano horizontal de cota 45.

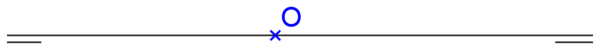


PLANO DE TOPO

a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:





c) Traços: ________________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

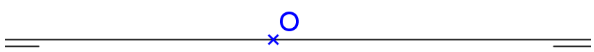
h) Ângulos:

com π´ __________________

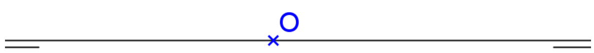
com π´´ __________________

com π´´´ __________________

i) Traço de reta no plano:

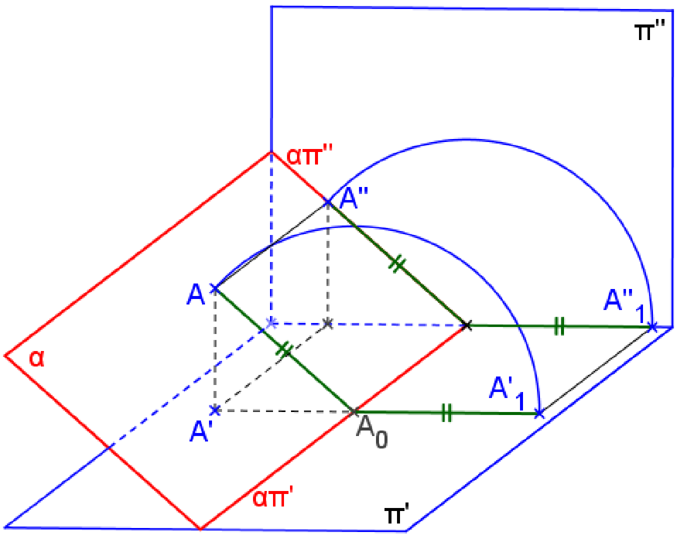


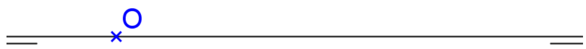
j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

Rebatimento sobre π′

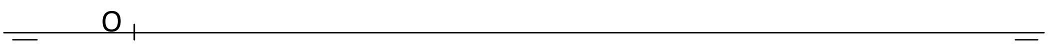




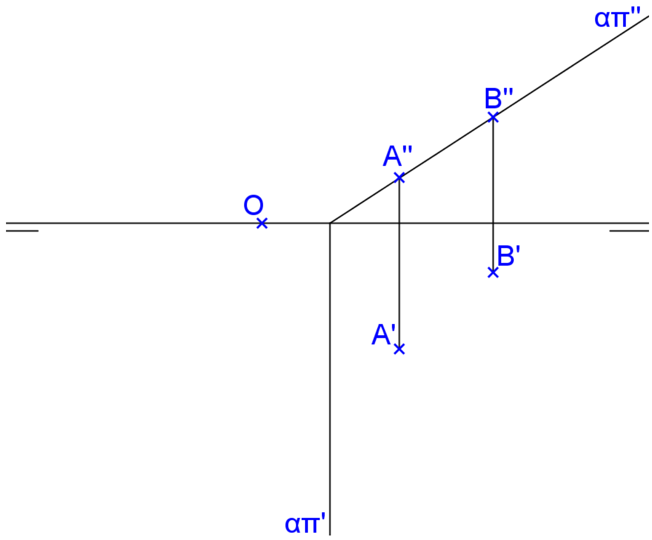
Rebatimento sobre um plano horizontal: basta considerar um plano β horizontal e usar (αβ) como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar (αβ)′ como se fosse απ′.

Exercícios:

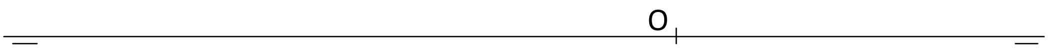
1. Representar um quadrado ABCD contido num plano α de topo, sendo dados A(40,40,10) e B(20,20,30).



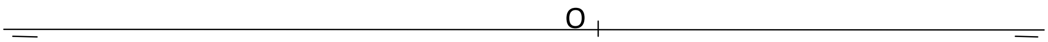
2. Representar um hexágono regular ABCDEF contido no plano de topo dado por seus traços, conhecendo-se as projeções dos vértices A e B.



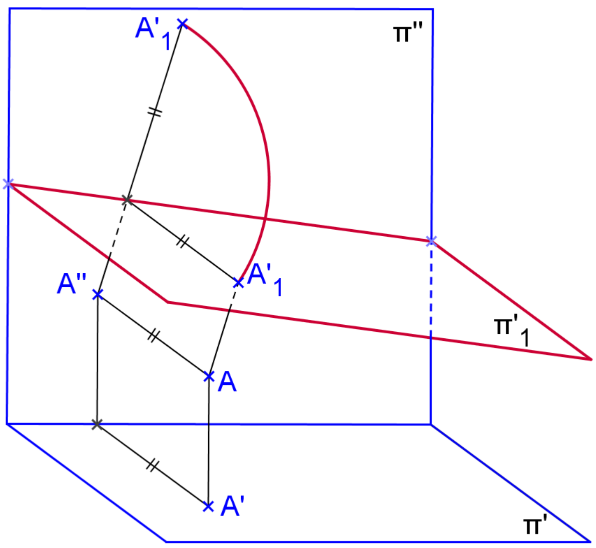
3. Representar uma pirâmide regular quadrangular V-ABCD com a base apoiada em um plano α de topo que passa pela origem e forma 45^{o} com π', dados A(10,20,?) e B(30,00,?), h=50.

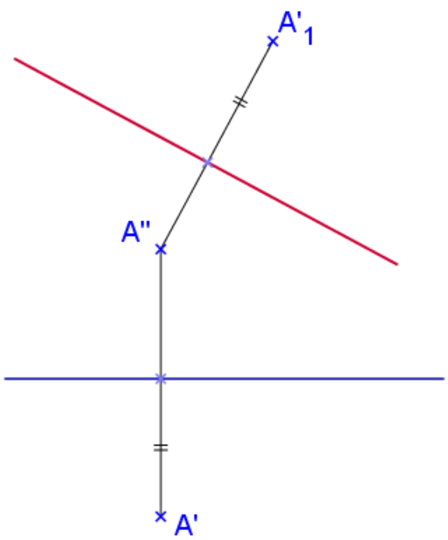


4. Representar um prisma quadrangular oblíquo ABCD-EFGH com as bases contidas em planos de topo, dados A(30,20,10), B(50,00,20) e G(25,35,45). As arestas laterais são AE, BF, CG e DH. Representar a seção feita neste sólido por um plano de topo que passa pela origem e forma 45^{o} com π'.

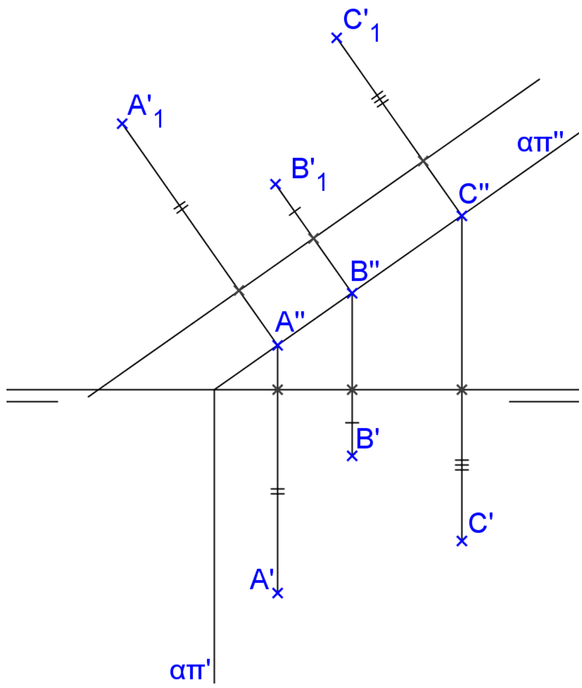


MUDANÇA DE PLANO HORIZONTAL





Propriedades da MPH:
- A″ é o mesmo para os dois sistemas;
- o afastamento é mantido no novo sistema;
- A″A′$_1$ é perpendicular à nova linha de terra.



SEÇÕES PLANAS

Nos problemas 5 até 8 considere o mesmo plano de topo γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° com π':

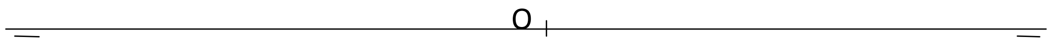
5. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 2 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

6. Representar a seção plana feita com o plano γ na pirâmide do exercício 3 da página 54. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

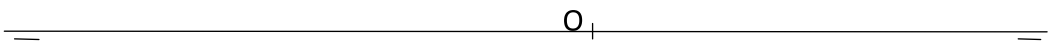
7. Representar a seção plana feita com o plano γ no tetraedro do exercício 4 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

8. Representar a seção plana feita com o plano γ no octaedro do exercício 8 da página 57.

9. Representar um hexaedro regular de aresta AB com uma face sobre o plano de topo α que contém P(10,00,00) e forma 45^{o} com π'. Dados A(-30,40,?), B(-10,20,?). Representar a seção plana feita neste sólido por um plano de topo que passa por R(60,00,00) e forma 30^{o} com π'.



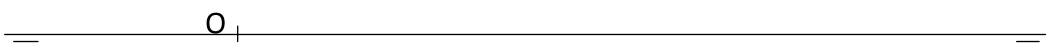
10. Representar um prisma arquimediano hexagonal de aresta AB, apoiado pela base num plano α de topo, sendo dados os vértices A(10,00,10) e B(40,10,25).



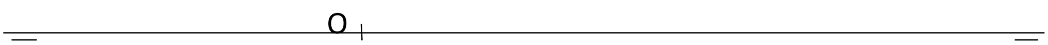
11. Representar a seção plana feita com o plano de topo γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π' na pirâmide do exercício 3 da página 61.

12. Representar a seção plana feita com o plano de topo γ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^o com π' no prisma do exercício 6 da página 56.

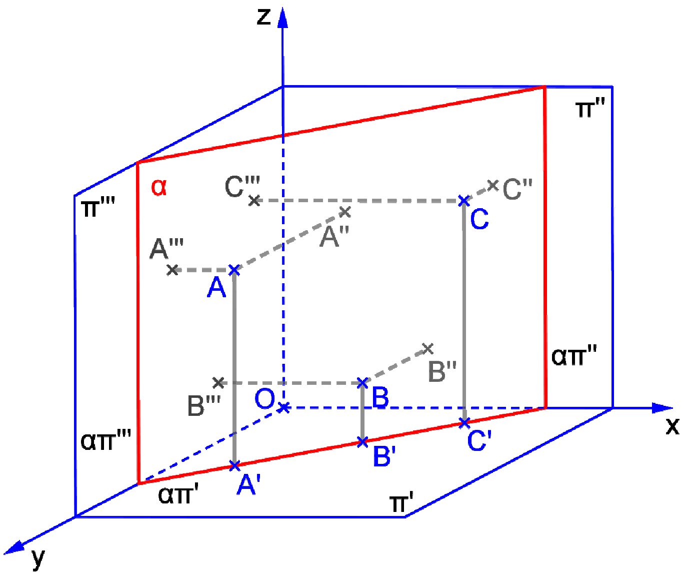
13. Representar um anti-prisma arquimediano de aresta AB e bases quadradas sobre planos de topo, dada a aresta de uma base: A(0,10,40) e B(30,00,20).



14. Representar um cilindro circular reto com uma base sobre um plano α de topo que contém R(15,00,00) e forma 45º com π', sendo dados os centro das bases O(30,30,?) e P(?,?,45) e r=20. Representar geratrizes com afastamentos iguais a 40, 20 e 45.

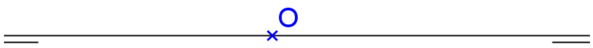


PLANO VERTICAL



a) Característica espacial: ____________________

b) Épura:



c) Traços: ________________

____

____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________________

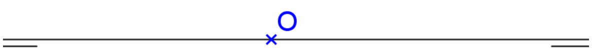
h) Ângulos:

com π' __________________

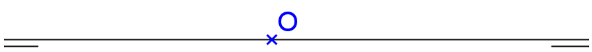
com π'' __________________

com π''' __________________

i) Traço de reta no plano:

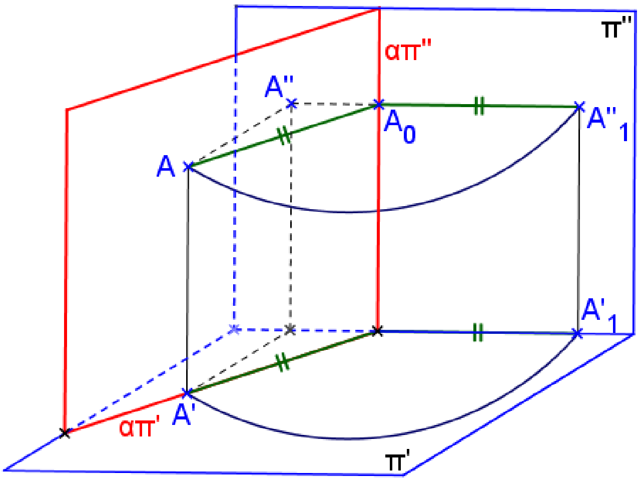


j) Reta perpendicular ao plano:



PROCESSO DO REBATIMENTO

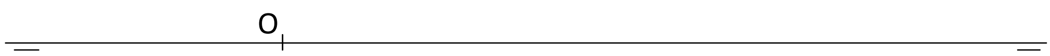
Rebatimento sobre π″



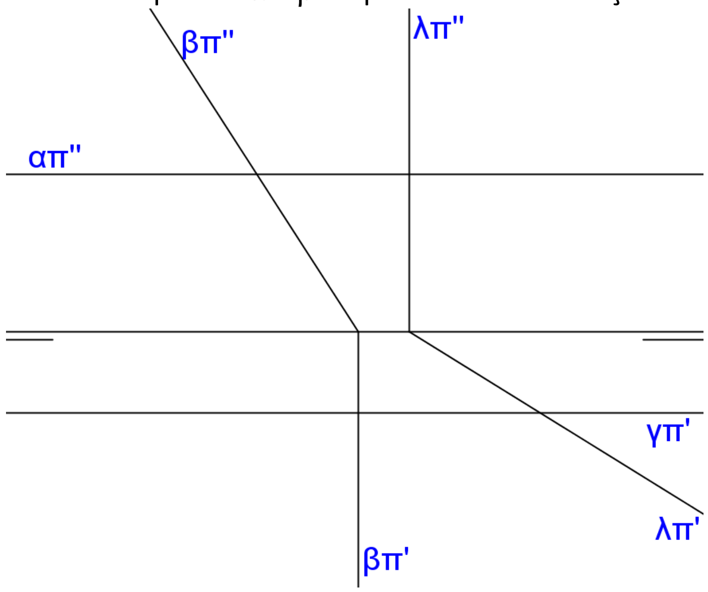
Rebatimento sobre um plano frontal: basta considerar um plano β frontal e usar (αβ) como eixo do rebatimento, ou seja, utilizar (αβ)″ como se fosse απ″.

Exercícios:

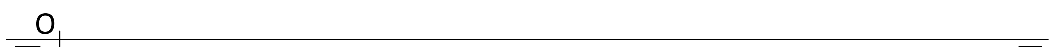
1. Representar um octógono regular ABCDEFGH contido num plano α vertical, dados o centro da circunferência circunscrita e um vértice: O(30,10,45) e A(10,30,25).



2. Representar a interseção entre os planos α e β. Representar a interseção entre os planos λ e γ.



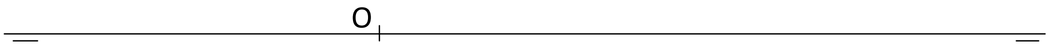
3. Representar um prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos verticais, dada uma aresta de base AB: A(00,25,30) e B(25,15,60).



4. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^{o} com π'' no cilindro do exercício 7 da página 63.

5. Representar a seção plana feita no cone do exercício 8 da página 63 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30^{o} com π''.

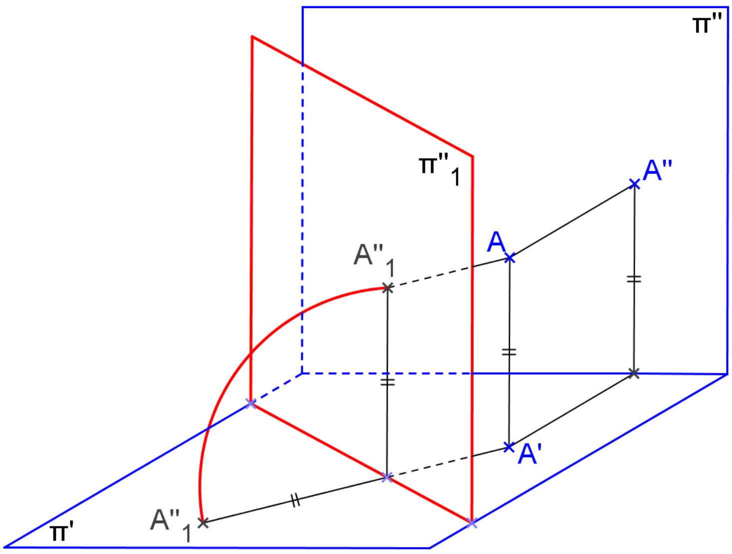
6. Representar um prisma oblíquo de bases quadradas ABCD-EFGH contidas em planos verticais, dadas a aresta AB da base e o vértice G da outra base: A(-30,20,0), B(-10,05,20), G(40,40,60). Neste caso, temos as arestas laterais AE, BF, CG e DH.



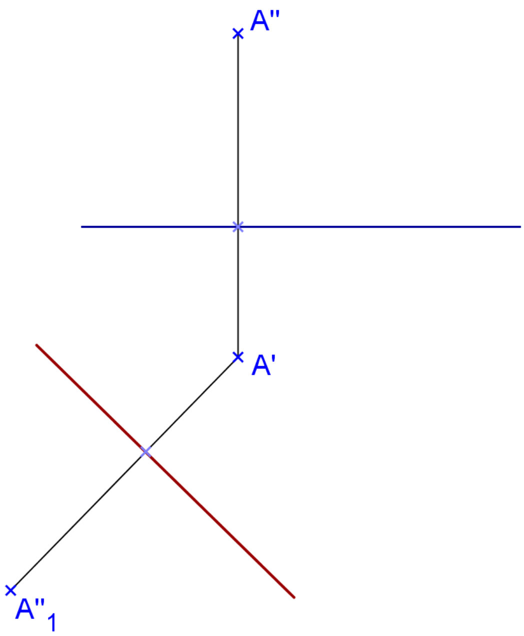
7. Representar a seção plana feita com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30° no prisma do exercício 5 da página 55. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

8. Representar a seção plana feita no tetraedro do exercício 5 da página 62 com o plano vertical θ que passa por Z(70,0,0) e forma 30°. Encontre a vg da seção e planifique o sólido.

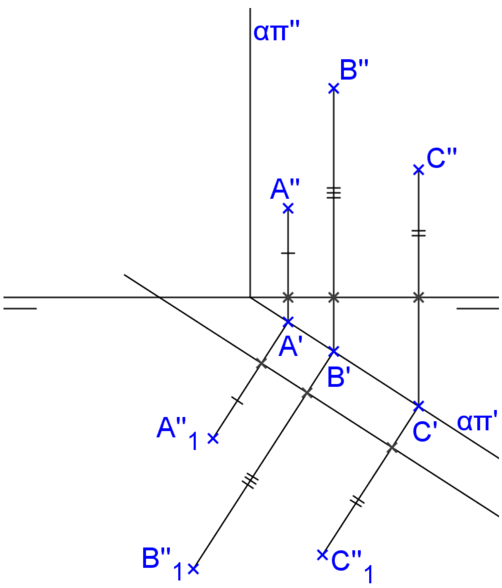
MUDANÇA DE PLANO VERTICAL



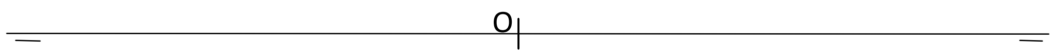
Épura:



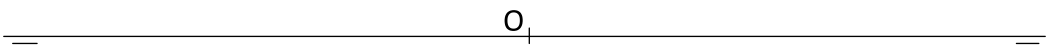
Propriedades da MPV:
- A′ é o mesmo para os dois sistemas;
- a cota é mantida no novo sistema;
- A′A″$_1$ é perpendicular à NLT.



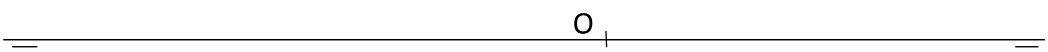
9. Representar um hexaedro regular de aresta AB, com a face ABCD contida em um plano vertical: A(10,10,10), B(30,30,30).



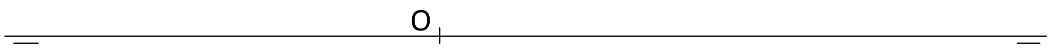
10. Representar um octaedro regular de aresta AB, sabendo-se que a face ABC está contida em um plano α vertical, sendo dados os vértices A(10,10,10) e B(40,30,0).



11. Representar um cilindro circular oblíquo com as bases em planos verticais que formam 30^o com π″, com centros O(10, 20, 10) e P(-40, 40, 30) e raios das bases r=20. Representar a seção plana neste cilindro por um plano vertical que passa por R(-30, 0, 0) e forma 45^o com π″.

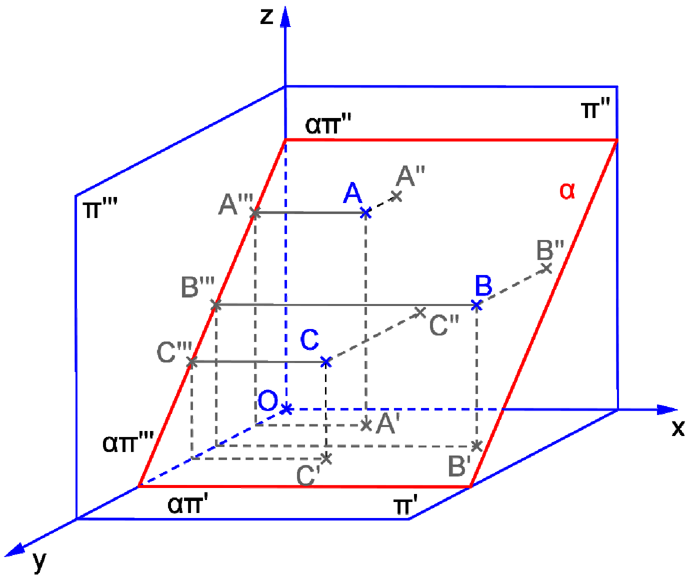


12. Construa as projeções de um cone circular reto com base em um plano frontal, dado o centro da base O(10,10,30), altura h = 50 e o raio da base r=25. Representar a seção plana neste cone por um plano vertical que passa pelos pontos A(-55,0,0) e B(40,30,0).

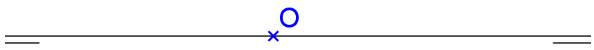


PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:



c) Traços: ________________
____
____

d)Ângulos: com π' __________________
com π'' __________________
com π''' __________________

e) É plano projetante? ____

f) Tem alguma projeção em VG? ____

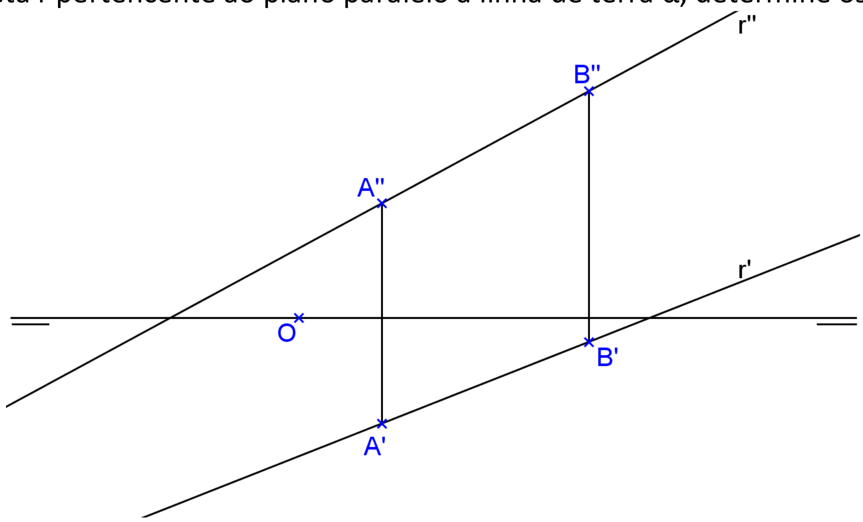
g) Retas contidas no plano: ____

h) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: __________________________________

TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

<u>Exemplo</u>: Dada a reta r pertencente ao plano paralelo à linha de terra α, determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$.



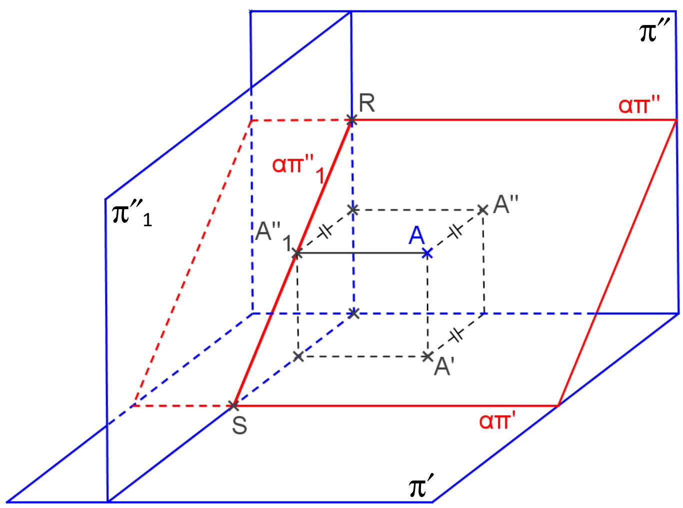
Exercício proposto:

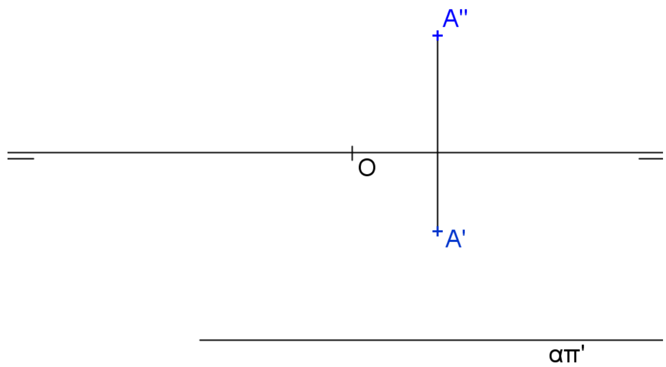
Represente o 1°, 2° e 3° traços do plano α paralelo à linha de terra, definido pelos pontos A(40,10,30) e B(80,40,10).

MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

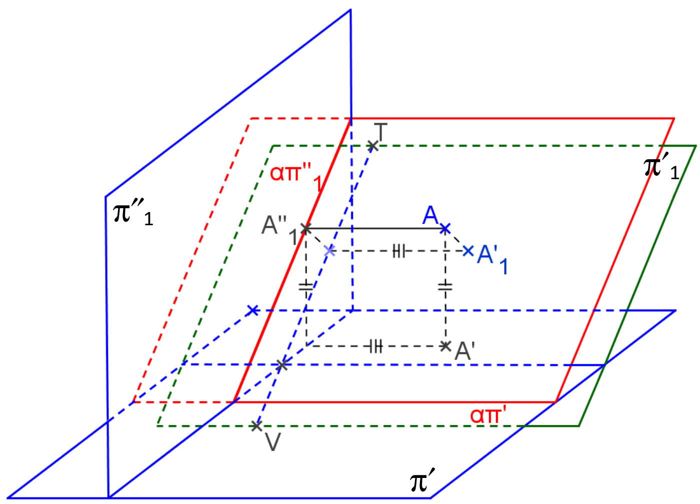
Para encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. Mudança de π'' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



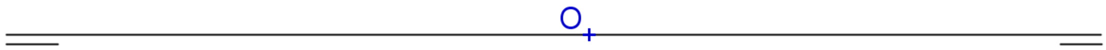


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

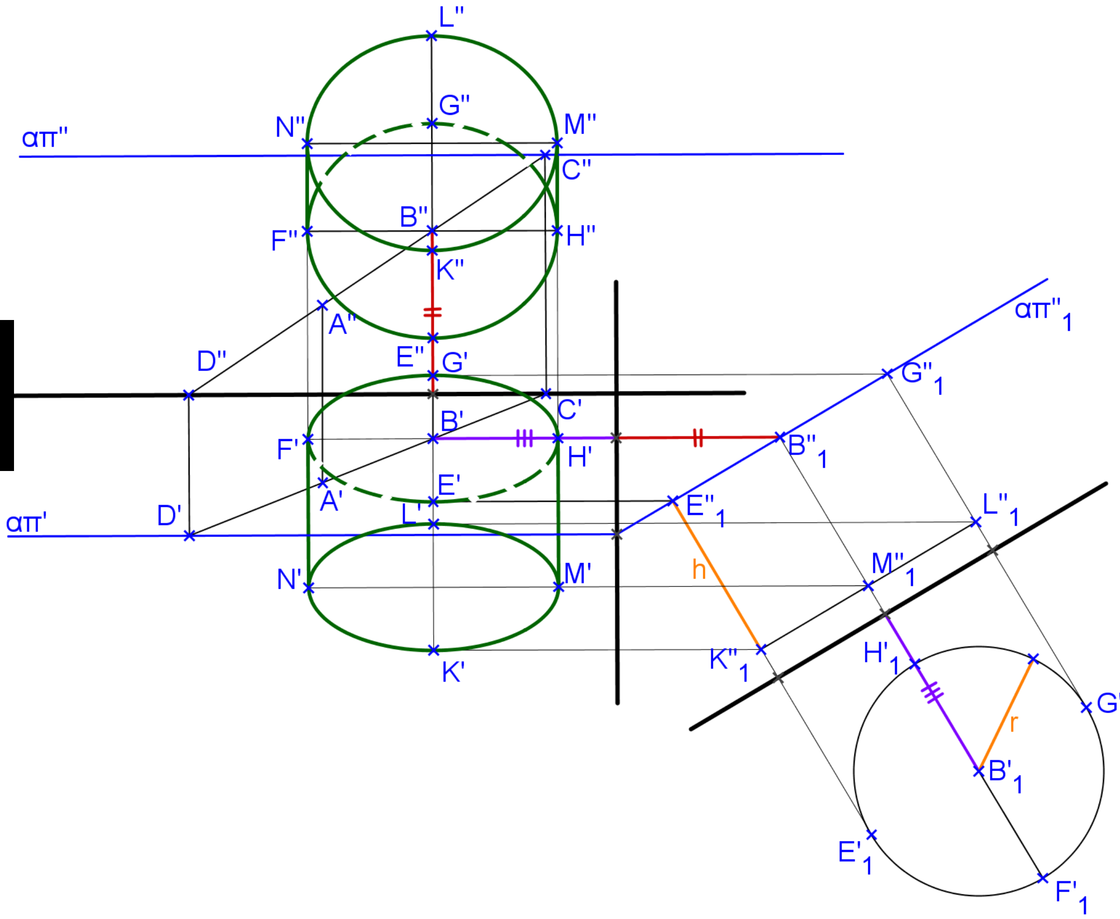


Exercícios:

1. Represente as projeções de um quadrado ABCD contido num plano α paralelo à linha de terra, dados A(-30,30,20) e B(0,20,40).

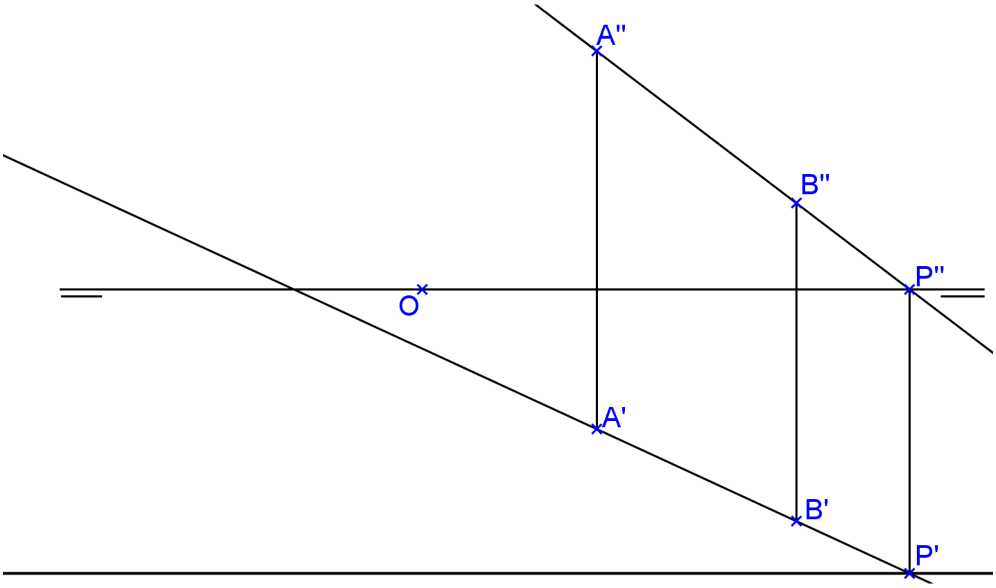


2. Represente as projeções do cilindro circular reto com as bases apoiadas em planos paralelos à linha de terra. São dados a altura **h**, o raio das bases **r**, os pontos **A** e **B** do plano de uma das bases e o centro de uma base é o ponto **B**.

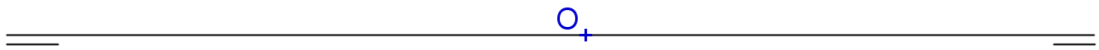


Faça a descrição passo a passo da construção para entendermos os próximos exercícios:

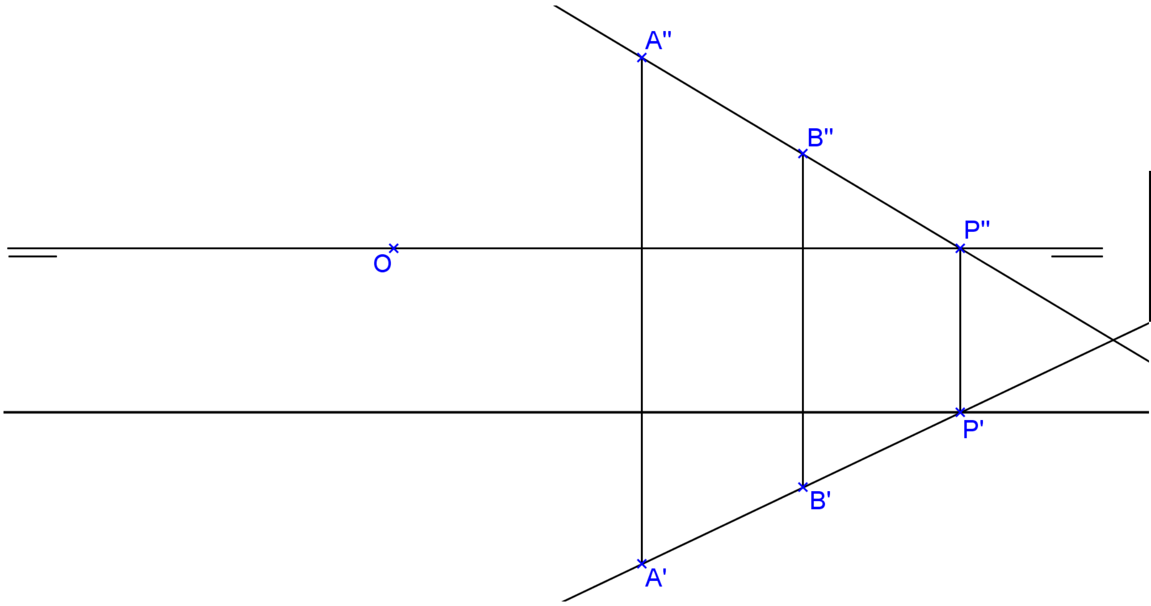
3. Construa as projeções de um hexaedro regular com uma face contida no plano paralelo à linha de terra que contém os vértices A e B. Encontre as projeções da seção plana neste hexaedro por um plano de topo que passa pela origem e forma 45^{o} com π'.



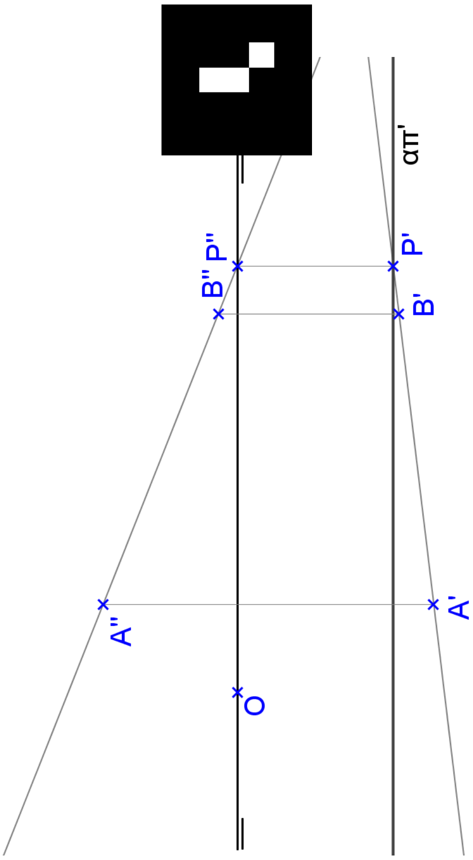
4. Represente as projeções de um prisma reto de base hexagonal ABCDEF contida num plano α paralelo à linha de terra e altura h=30. Dados A(10,40,40) e B(20,50,20).



5. Construa as projeções de uma pirâmide hexagonal regular de altura h=50, com a base contida em um plano paralelo à linha de terra, dados os vértices da base A e B. Encontrar as projeções da seção plana nesta pirâmide feita por um plano vertical que passa pela origem e forma 45^{o} com π''.

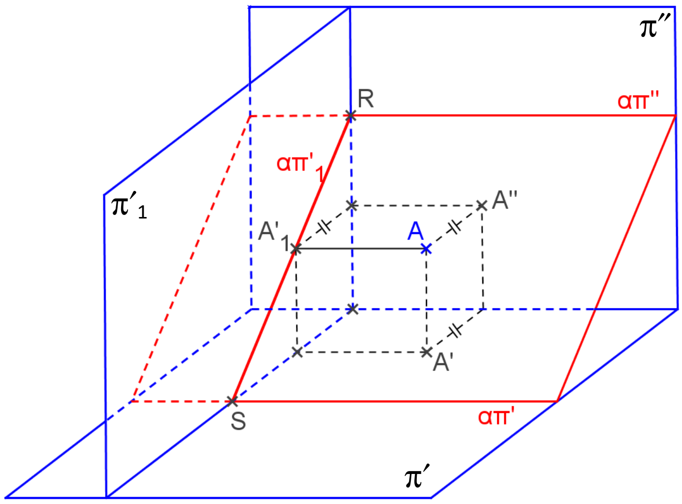


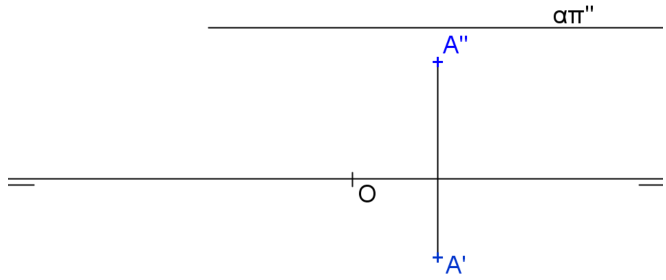
6. Construa as projeções de um octaedro regular de aresta AB com a seção equatorial ABCD contida no plano paralelo à linha de terra definido por A e B.



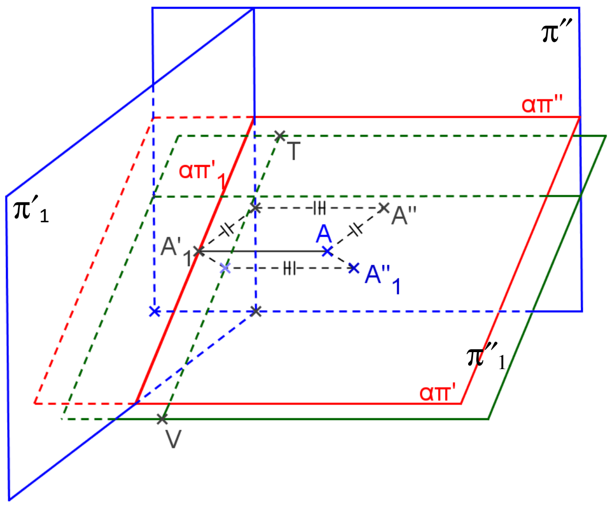
Outra maneira de encontrar a VG de uma figura contida em um plano paralelo à linha de terra é o inverso da anterior:

1. Mudança de π' para transformar o plano paralelo à linha de terra em plano vertical: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi''$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:



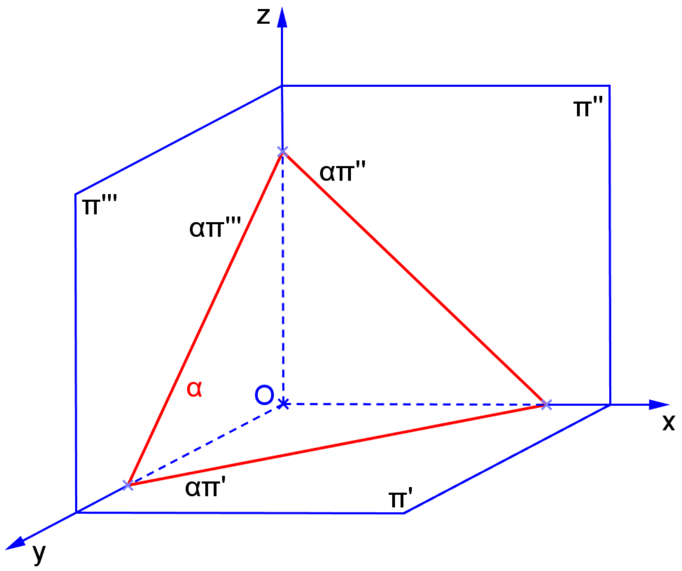


2. Mudança de π'' para transformar o plano vertical em plano frontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi'_1$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:

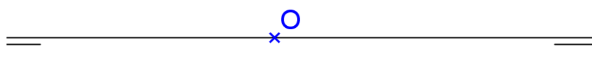


PLANO QUALQUER

a) Característica espacial: ____________________



b) Épura:



c) Traços: ________________
____
____

d) É plano projetante? ____

e) Tem alguma projeção em VG? ____

f) Retas contidas no plano: ____

g) Quantidade de pontos necessários para representá-lo: _________________________

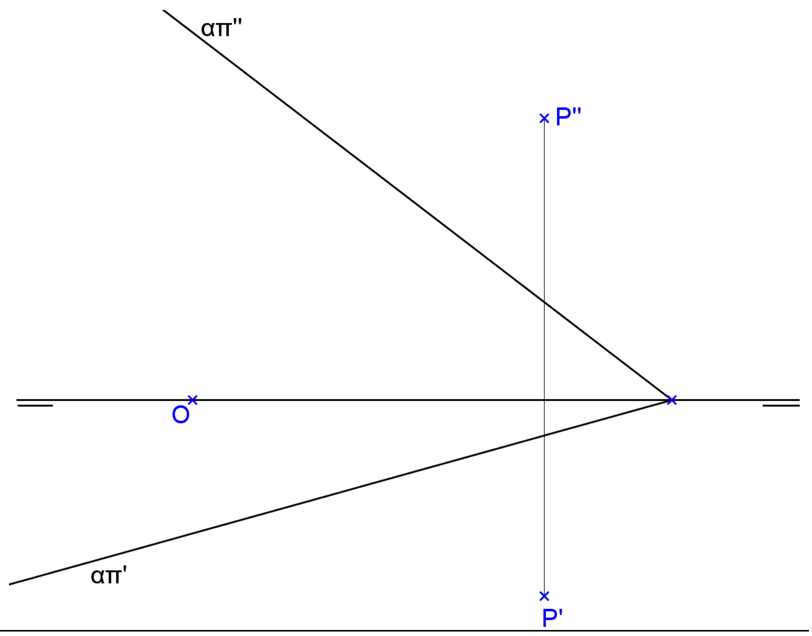
h) Ângulos:

com π' __________________

com π'' __________________

com π''' __________________

i) Reta perpendicular ao plano que passa por um ponto P.

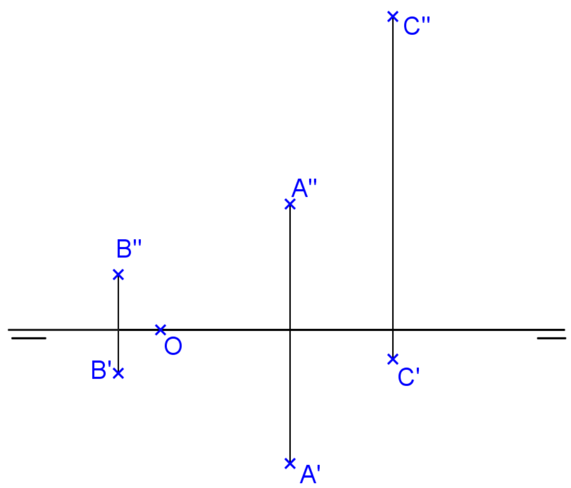


TRAÇOS DO PLANO

Para encontrar o traço $\alpha\pi'$, basta encontrar a reta horizontal do plano que tem cota nula. O traço $\alpha\pi''$ é a reta frontal do plano que tem afastamento nulo.

Exercício proposto:

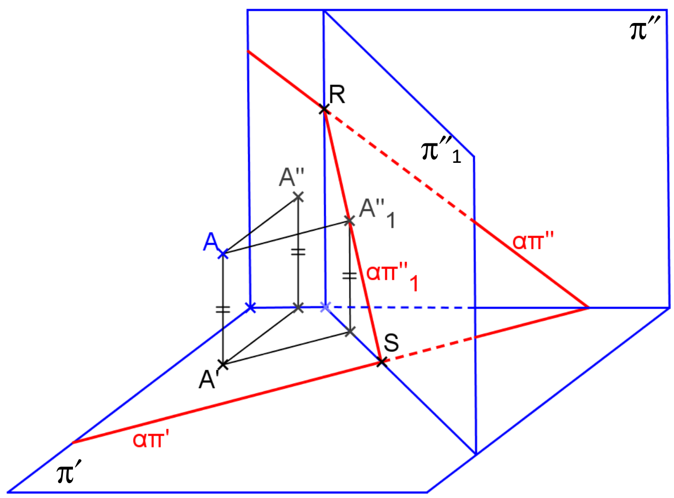
Determine os traços $\alpha\pi'$ e $\alpha\pi''$ do plano α definido pelos pontos A, B e C.

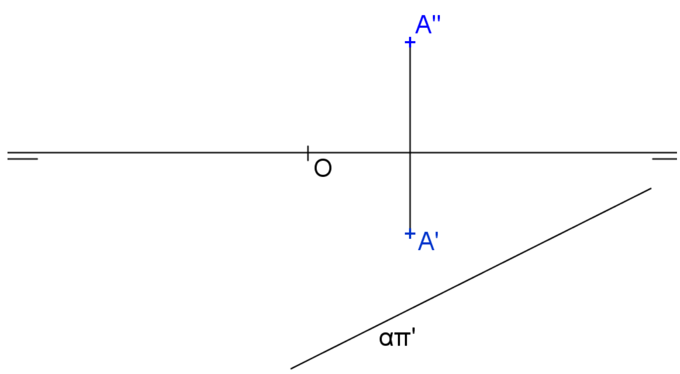


MUDANÇA DE PLANOS DE PROJEÇÃO

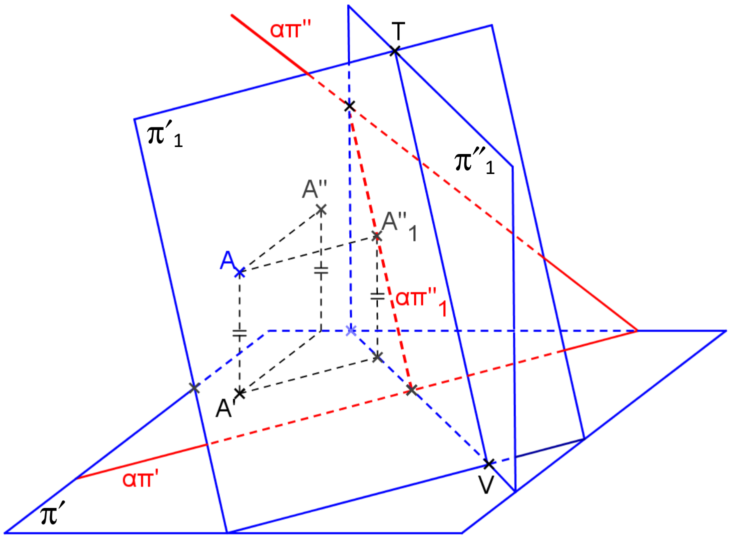
Para encontrar VG de uma figura contida em um plano qualquer precisamos de 2 mudanças de planos de projeção:

1. Mudança de π'' para transformar o plano qualquer em plano de topo: basta considerar a nova linha de terra perpendicular a $\alpha\pi'$, e fazer a mudança de plano das segundas projeções:



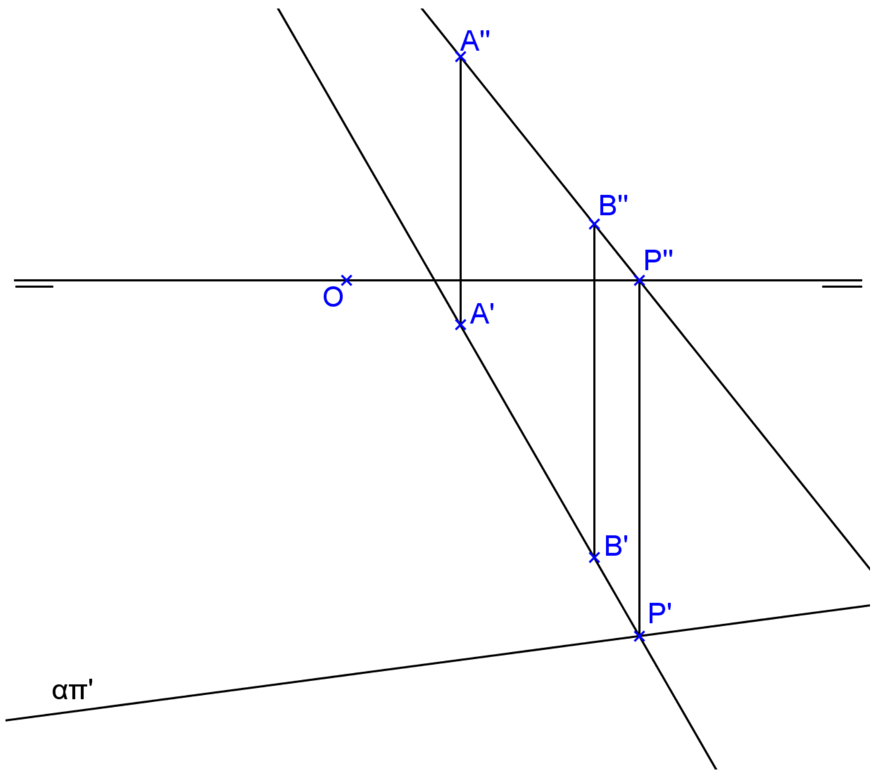


2. Mudança de π' para transformar o plano de topo em plano horizontal: basta considerar a nova linha de terra paralela a $\alpha\pi''_1$, e fazer a mudança de plano das primeiras projeções:

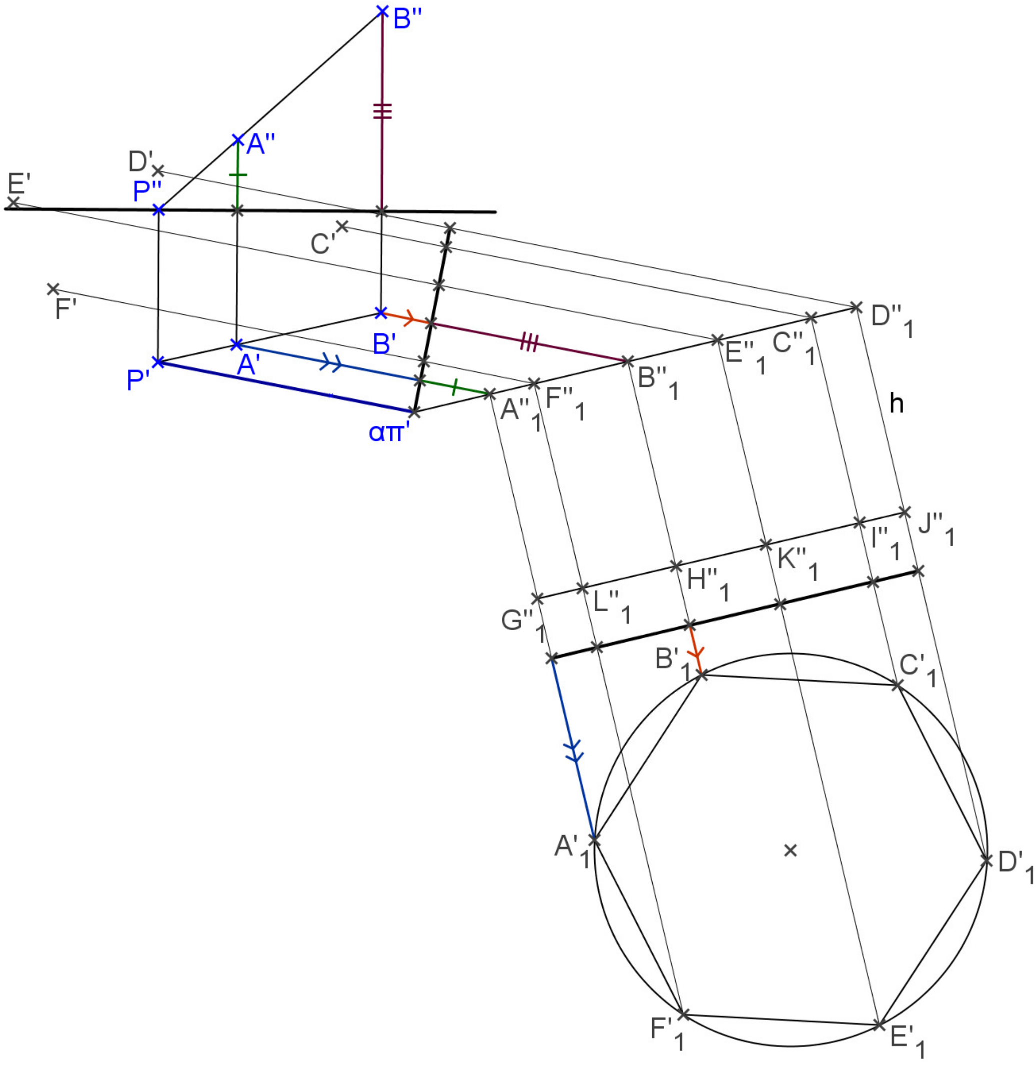


Exercícios:

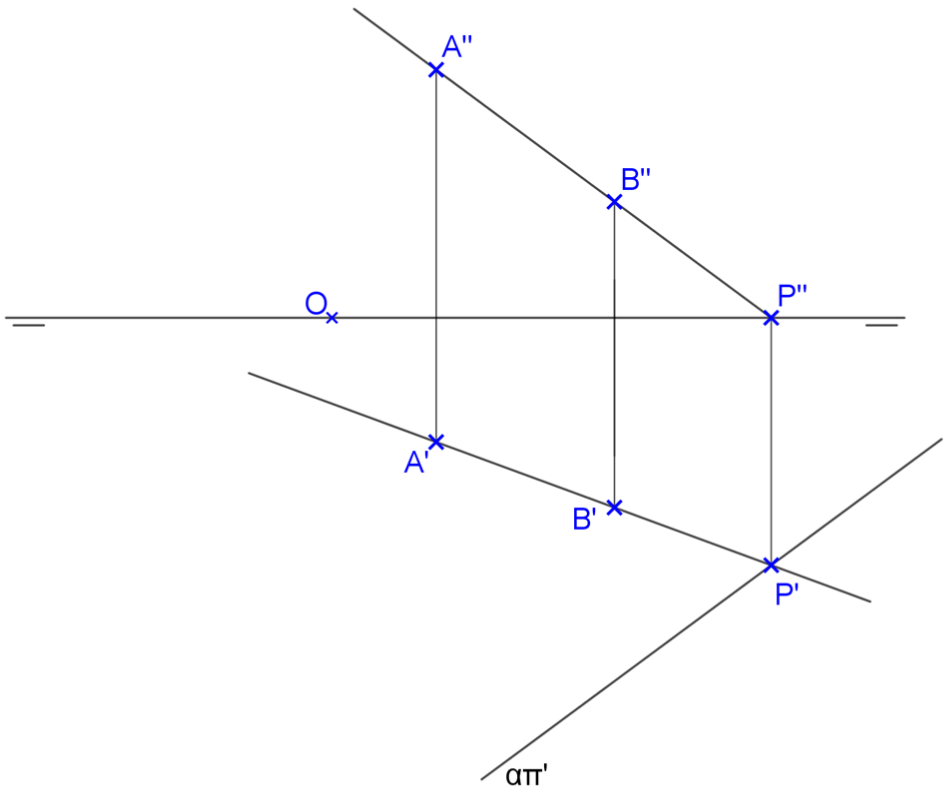
1. Construa as projeções do triângulo equilátero ABC contido no plano qualquer dado pelos pontos A e B e o traço $\alpha\pi'$.



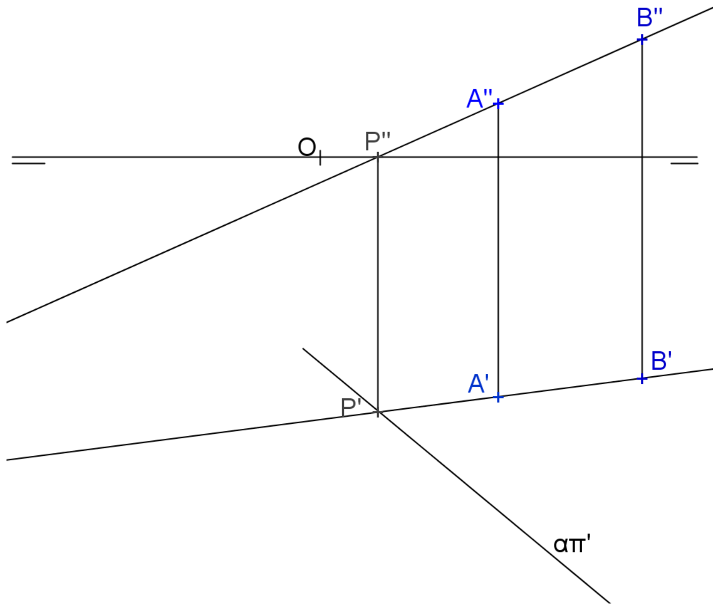
2. Represente as projeções do prisma regular hexagonal, dado o plano da base definido pela aresta AB e o traço $\alpha\pi'$.



3. Represente as projeções do prisma quadrangular regular de base ABCD contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$, sabendo-se que a altura mede h=45. Representar a seção plana neste prisma feita por um plano de topo que passa pela origem e forma 45^{o} com π'.

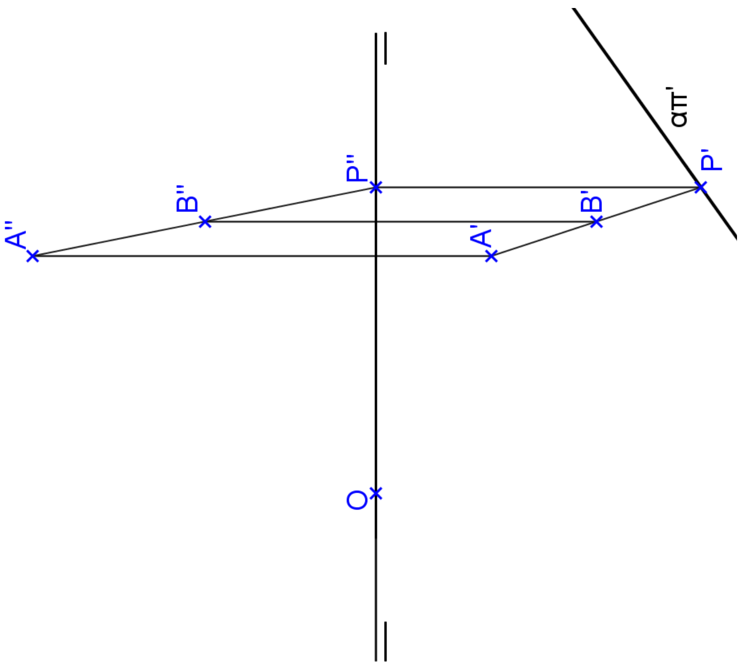


4. Representar as projeções da pirâmide regular hexagonal com a base ABCDEF contida no plano qualquer definido pelos pontos A, B e pelo traço $\alpha\pi'$. A altura da pirâmide mede h = 50.



5. Represente as projeções do octaedro regular de aresta AB, com a seção equatorial ABCD contida no plano qualquer α(A,B,P). Dados: A(35,35,20), B(65,20,35) e P(30,20,65).

6. Represente as projeções do prisma arquimediano de bases pentagonais contidas em planos quaisquer, dados o traço $\alpha\pi'$ e a aresta AB.



PARTE IV
INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS TELHADOS

Em geral chama-se telhado qualquer tipo de cobertura em uma edificação. Porém, o telhado, rigorosamente, é apenas uma categoria de cobertura, em geral caracterizado por possuir um ou mais planos inclinados em relação à linha horizontal (diferente, por exemplo, das lajes planas ou das cúpulas). A cada um destes planos inclinados, dá-se o nome de água.

As coberturas se apoiam em uma estrutura chamada *armação*, que pode ser de madeira, ferro ou concreto.

A maioria das coberturas é formada de material comercial chamado *telha*, existindo, também, as *chapas onduladas*.

Não só para guiar o escoamento das águas das chuvas, mas também para aumentar a resistência, as telhas e chapas onduladas, geralmente, não são planas. Ainda assim, praticamente, esse material é considerado como se fosse plano, e as coberturas feitas com dito material são chamadas *coberturas planas*.

Como a maioria das coberturas é feita de telhas, na prática costuma-se chamar uma cobertura de *telhado*, mesmo que o material seja outro.

4.1. TERMINOLOGIA

Embora não seja objetivo detalhar a terminologia de todos os elementos de uma cobertura, citam-se algumas explicações indispensáveis à compreensão do estudo a ser feito.

A terminologia usada em coberturas planas nem sempre pode ser aplicada com exatidão em algumas coberturas especiais, sendo sua aplicação feita por extensão ou analogia.

a. Respaldo – a parte elevada de uma parede onde deve assentar a cobertura é arrematada para definir sua altura. Essa parte final é chamada *respaldo*. Estes podem estar todos no mesmo nível ou não, como podem ser horizontais ou inclinados.

b. Planta – é a projeção ortogonal de uma cobertura em um plano horizontal. Na planta se desenha a poligonal da cobertura, o sentido do escoamento das águas das chuvas, e outros elementos que definam a cobertura. A planta serve também como base para o cálculo do material a ser empregado.

c. Água – cada parte de uma cobertura que conduz uma determinada porção das águas da chuva, chama-se *água*.

d. Cumeeira – Quando as águas de uma cobertura são separadas por uma linha horizontal comum, essa linha se chama cumeeira.

e. Espigão – Quando as águas de uma cobertura são separadas por uma linha inclinada comum, essa linha se chama espigão.

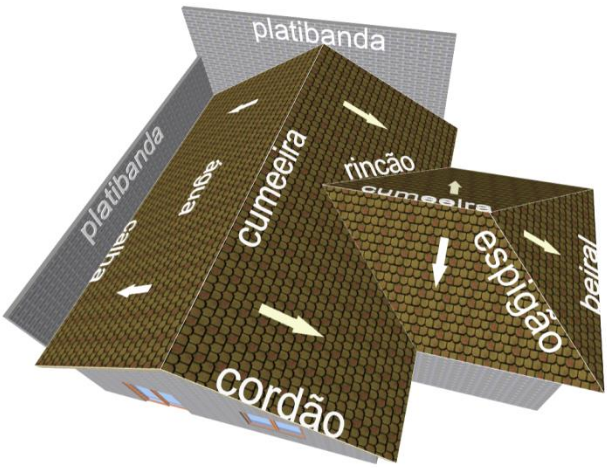
f. Rincão – Quando as águas de uma cobertura se reúnem em uma linha inclinada comum que lhes dão escoamento em conjunto, essa linha chama-se rincão.

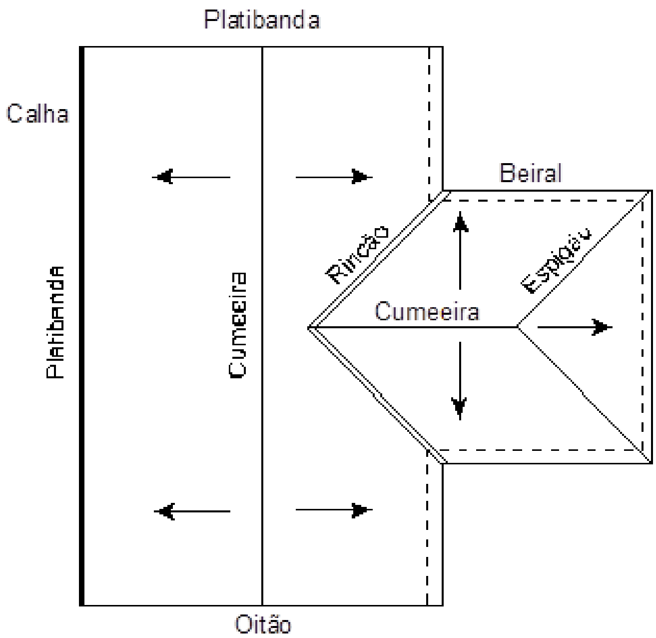
g. Calha – Quando as águas que se escoam numa cobertura caem diretamente numa peça que as conduz, essa peça se chama calha.

h. Beiral – As coberturas nunca devem ser executadas de modo que as águas das chuvas caiam em cima de paredes, pelos inconvenientes que causam. Assim, as águas ou são recolhidas em calhas ou são deixadas cair diretamente no solo. Este último caso é obtido fazendo-se com que a cobertura seja saliente. A distância entre a extremidade da parede e a cobertura chama-se beiral. Em planta, indica-se a construção em linha tracejada para mostrar a existência de beiral. Há casos em que mesmo havendo beiral, coloca-se uma calha na extremidade da cobertura.

i. Platibanda – Quando as águas de uma cobertura são limitadas por parede de maior altura do que essas águas, a diferença entre a altura do respaldo e a da parede chama-se platibanda. Se as águas das chuvas ao descerem pela cobertura incidirem na platibanda, coloca-se uma calha entre a cobertura e a platibanda.

j. Inclinação – Chama-se inclinação das águas de uma cobertura o menor ângulo que cada uma dessas águas faz com o plano horizontal. A inclinação de cada água de uma cobertura é, portanto, a inclinação da sua linha de maior declive (reta do plano perpendicular às suas horizontais). Assim, a inclinação sempre é perpendicular às cumeeiras e oblíqua aos rincões e espigões. As águas de uma cobertura podem ter todas a mesma inclinação ou terem inclinações diferentes.





Realidade Virtual: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/telhados.html

4.2. REPRESENTAÇÃO

A representação de uma cobertura é feita por meio de sua planta que é determinada por uma poligonal. Os respaldos das paredes podem estar na mesma altura ou em alturas diferentes. Portanto, pode-se considerar os seguintes casos:

- Respaldos no mesmo nível
- Respaldos em níveis diferentes (são somente usadas em casos especiais, quando há indicação, podem se tornar antiestéticas e onerosas)

Além disso, nem sempre as águas de uma cobertura têm a mesma inclinação, logo, cada um dos casos anteriores pode ser subdividido em:

- Águas com mesma inclinação.
- Águas com inclinações diferentes.

Qualquer que seja o caso, o problema se resume na procura da interseção de superfícies; essa interseção pode ser uma cumeeira, um espigão ou um rincão. As superfícies são as águas da cobertura, e tratando-se de coberturas planas, a linha comum sempre será uma reta.

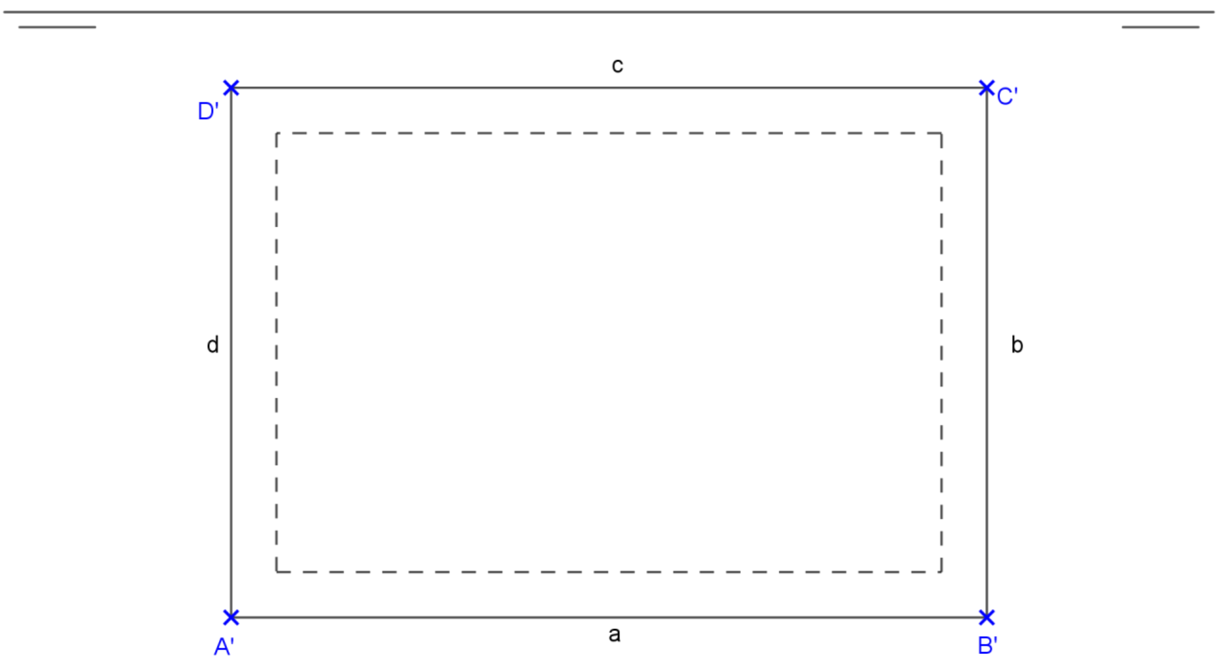
O processo geral para a determinação das interseções consiste em achar os pontos comuns das horizontais de mesma cota, que são, evidentemente, pontos da interseção procurada.

No caso de águas de mesma inclinação em respaldos de mesmo nível tem-se o seguinte processo: como as horizontais de mesma cota distam igualmente dos lados da poligonal, as interseções procuradas são as bissetrizes desses lados. Assim, este processo consiste na determinação de bissetrizes, e é chamado *processo das bissetrizes*.

4.3. ÁGUAS COM INCLINAÇÕES IGUAIS

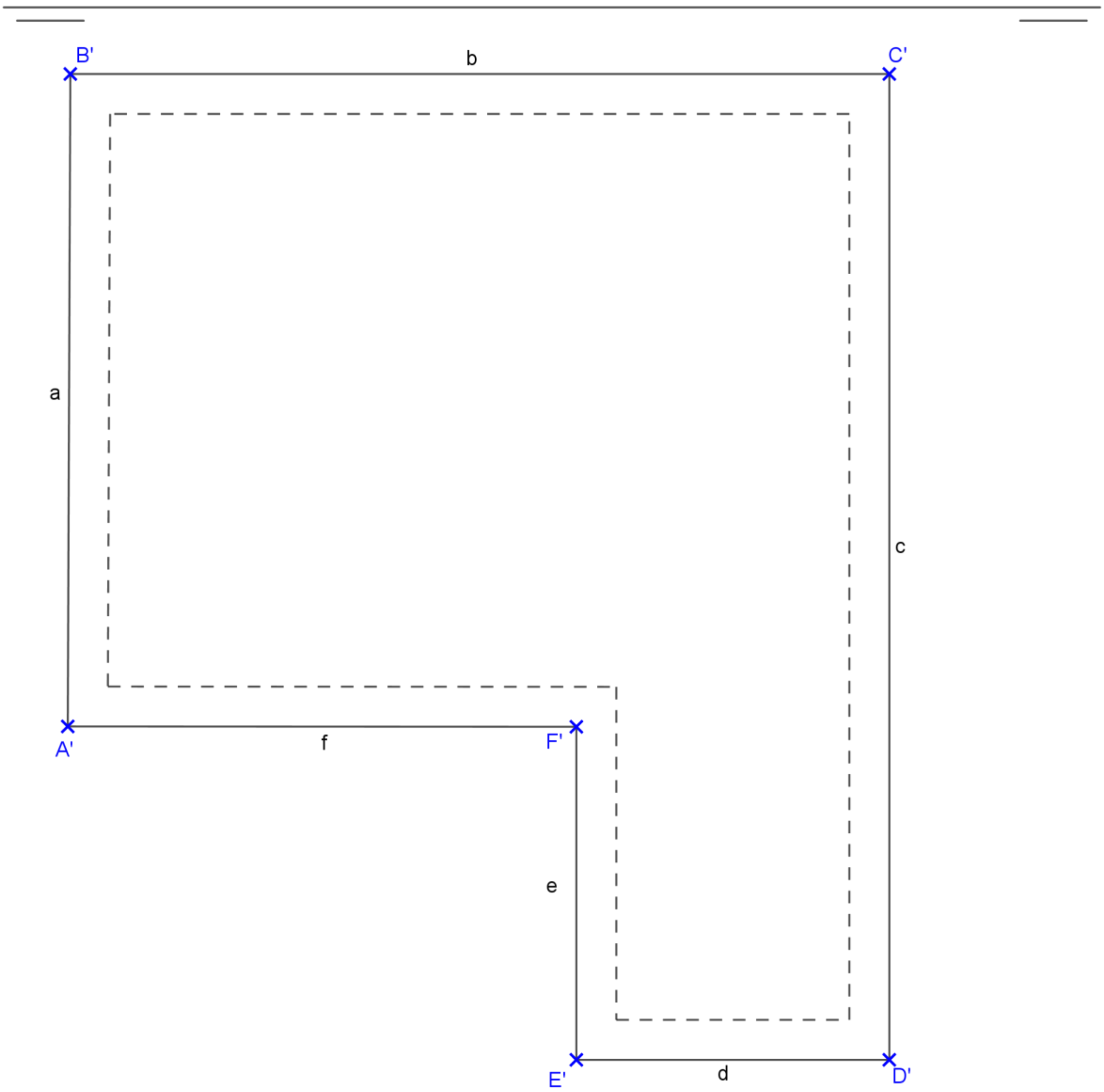
Exercícios

1. São dadas as projeções das retas **a**(A,B), **b**(B,C), **c**(C,D) e **d**(D,A). Considerando a poligonal **ABCD** como sendo a linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,80m), pede-se para achar **as interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que: as águas que contém as linhas de beiral **a**, **b**, **c** e **d** possuem a mesma inclinação de **30°** com o plano π'; são dadas as projeções de **A**, **B**, **C** e **D**; a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**. Indique o **sentido de escoamento das águas** e determine a **área da água "d"**.

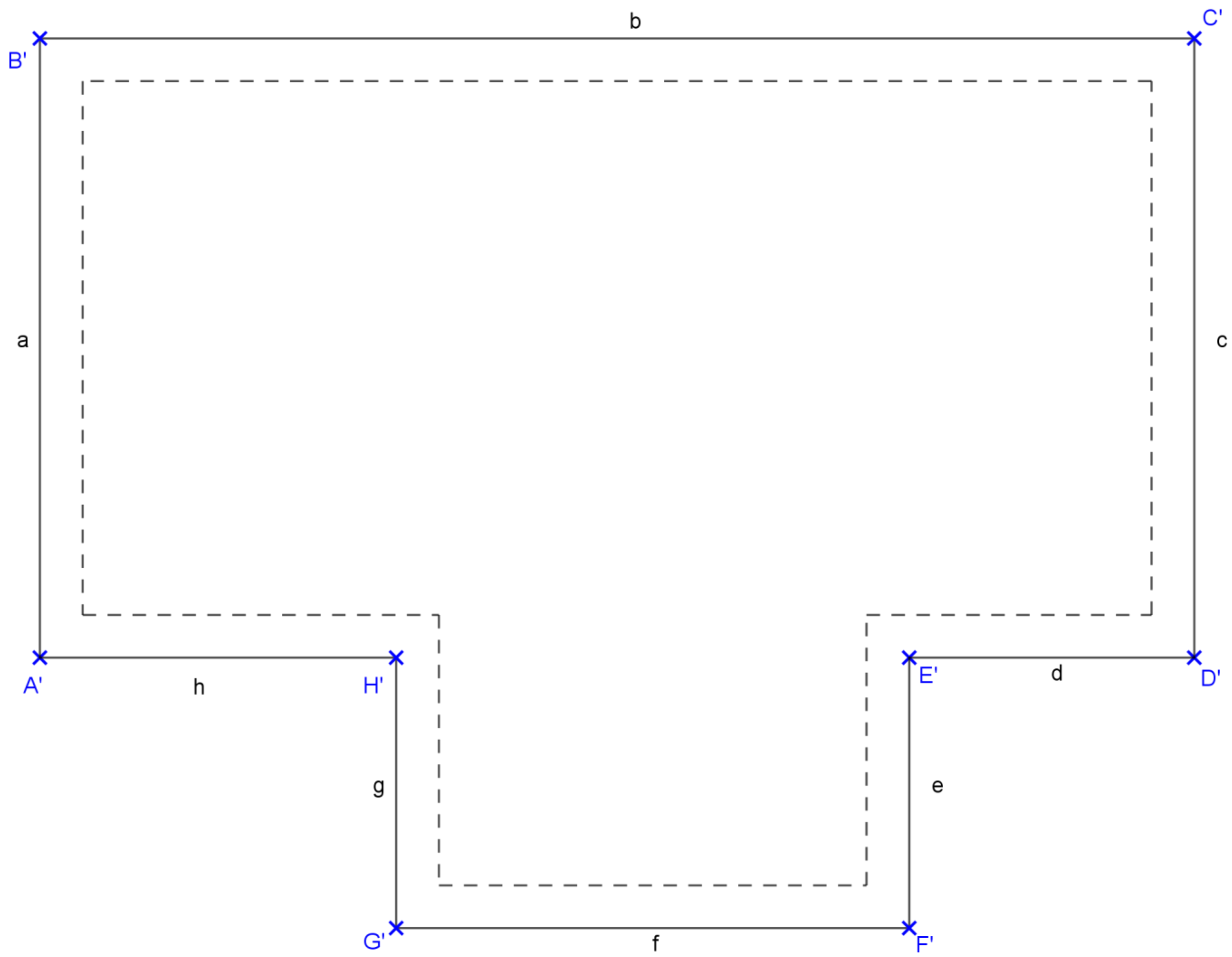


paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/telhados.html

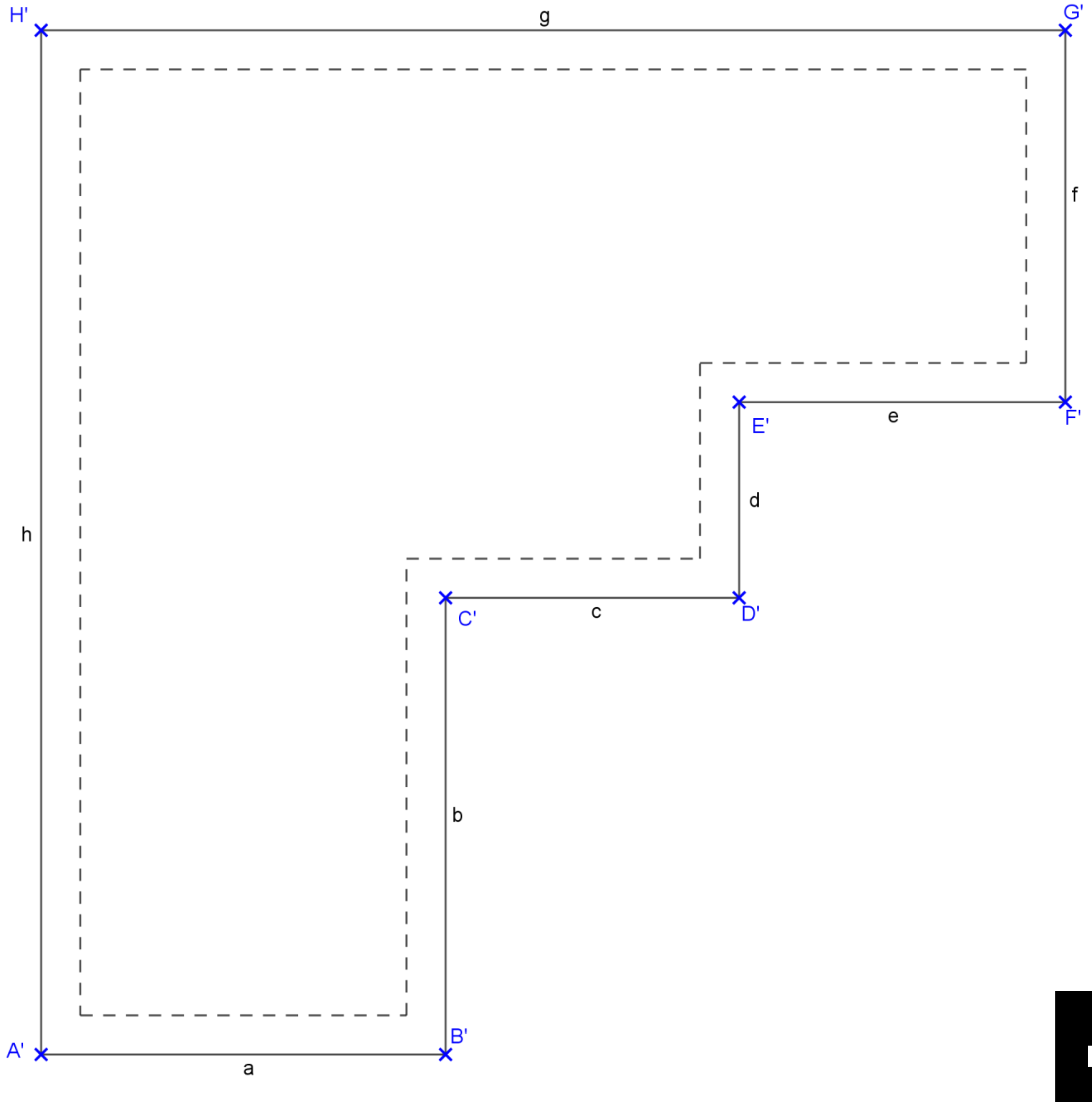
2. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,70m), encontre as projeções das **interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma inclinação de 30º. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



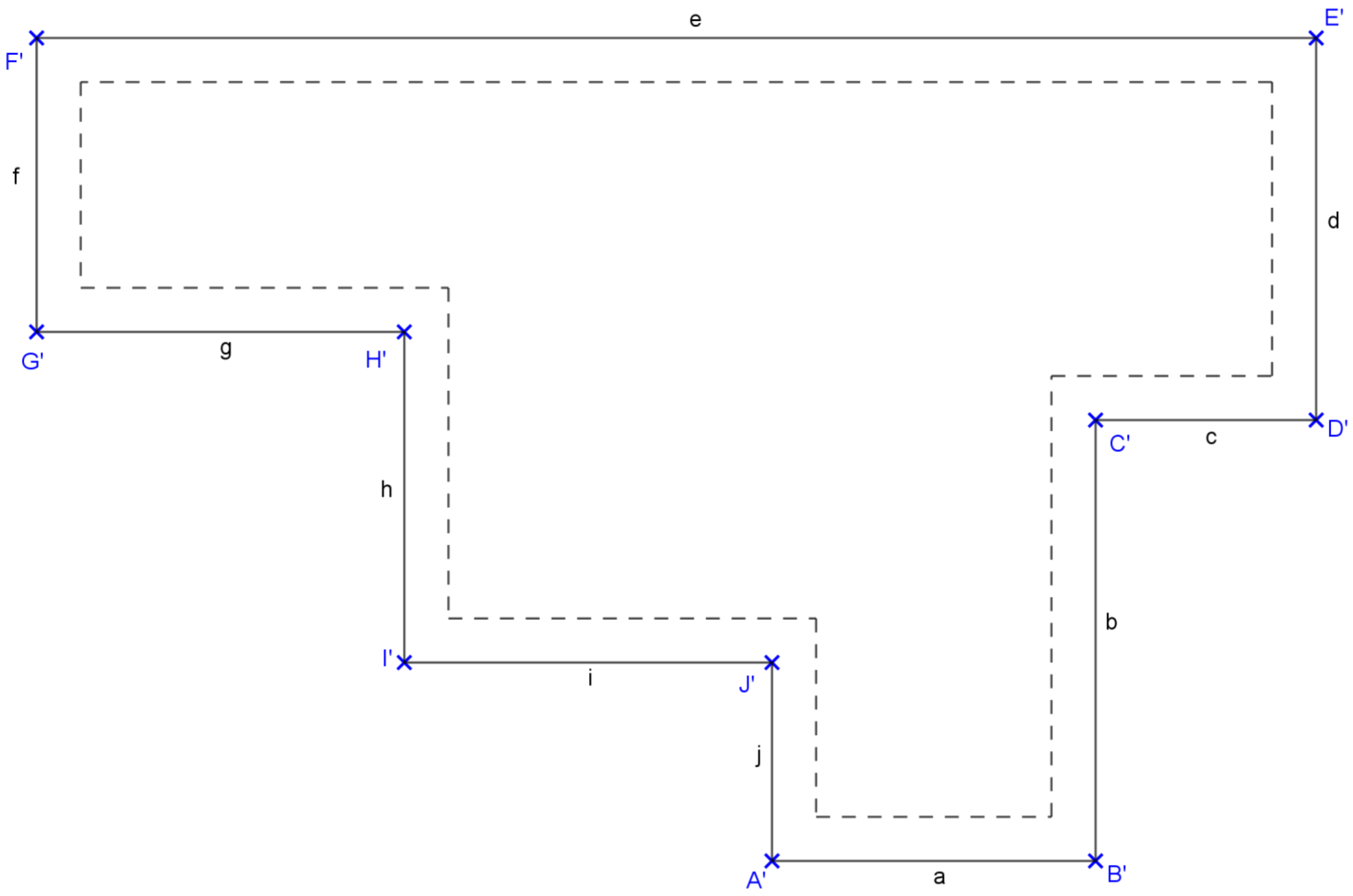
3. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 3,00m), encontre as projeções das **interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma **declividade de 60%**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



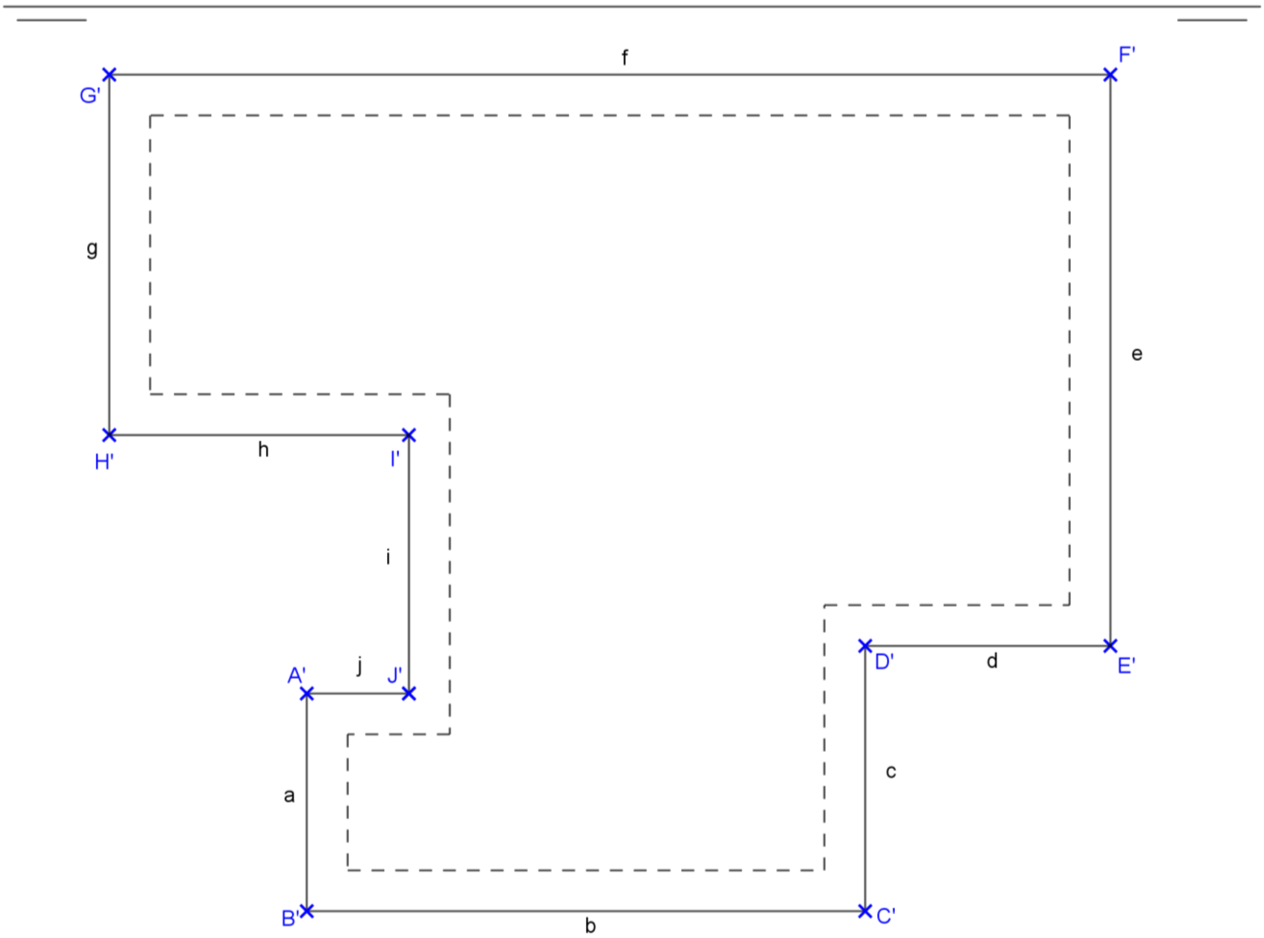
4. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,80m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma inclinação de 30°. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



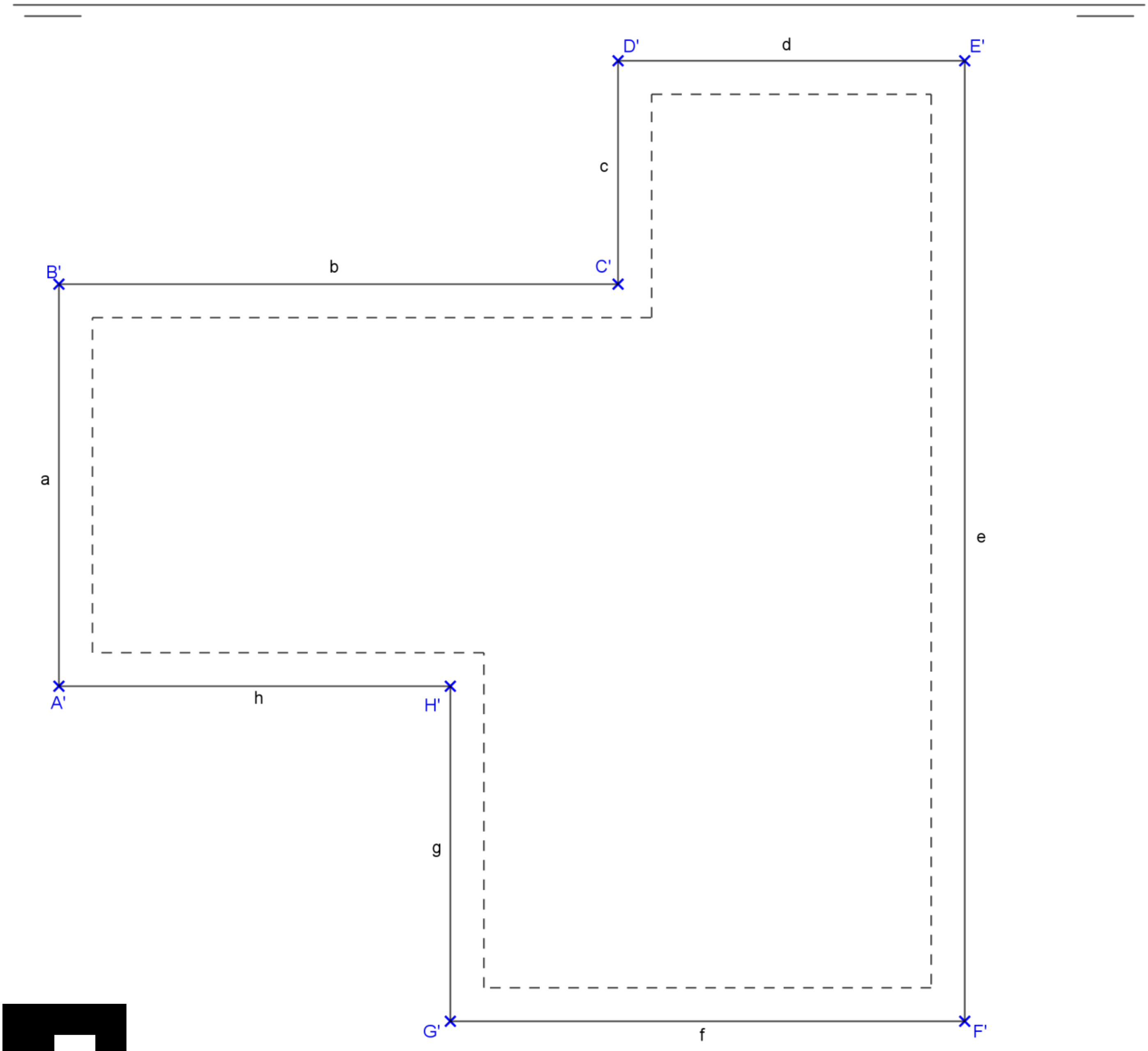
5. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 3,00m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma inclinação de 30°. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal** e determine **a área da água "a"**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



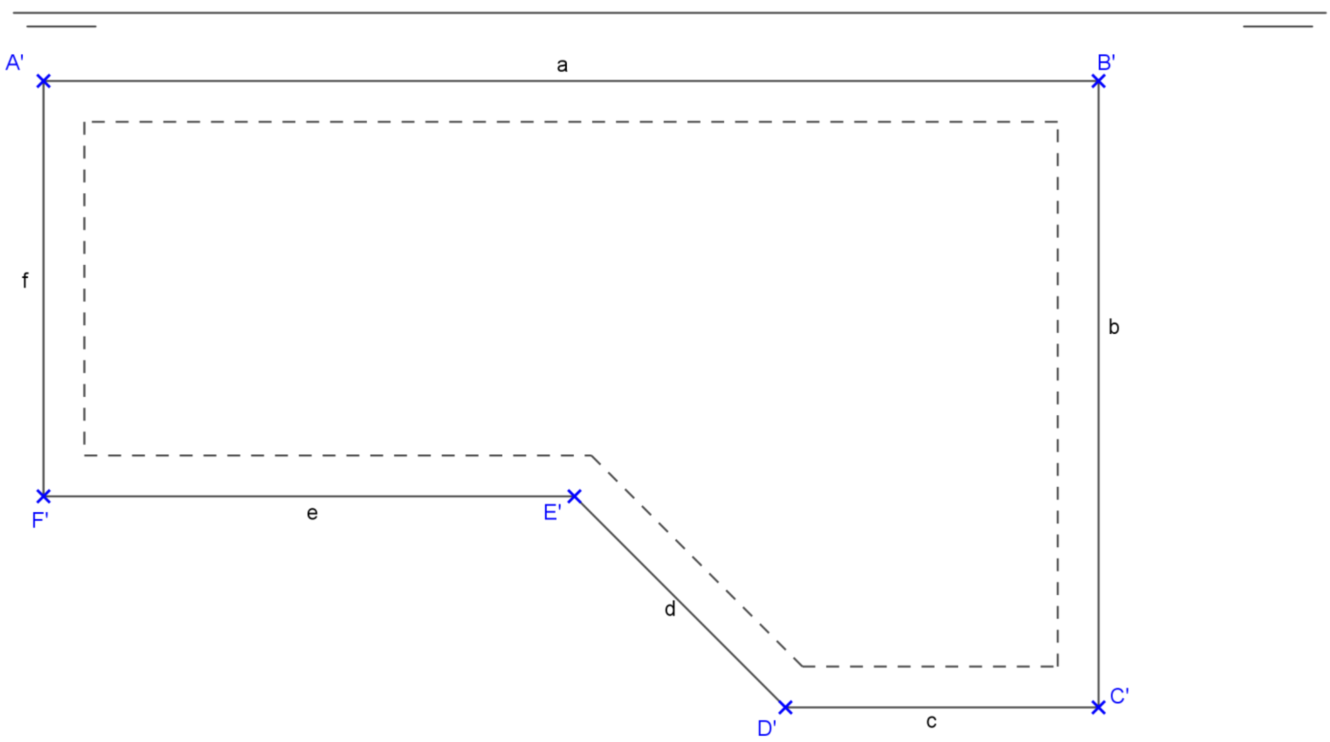
6. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,70m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma **declividade de 60%**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal** e determine **a área da água "g"**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



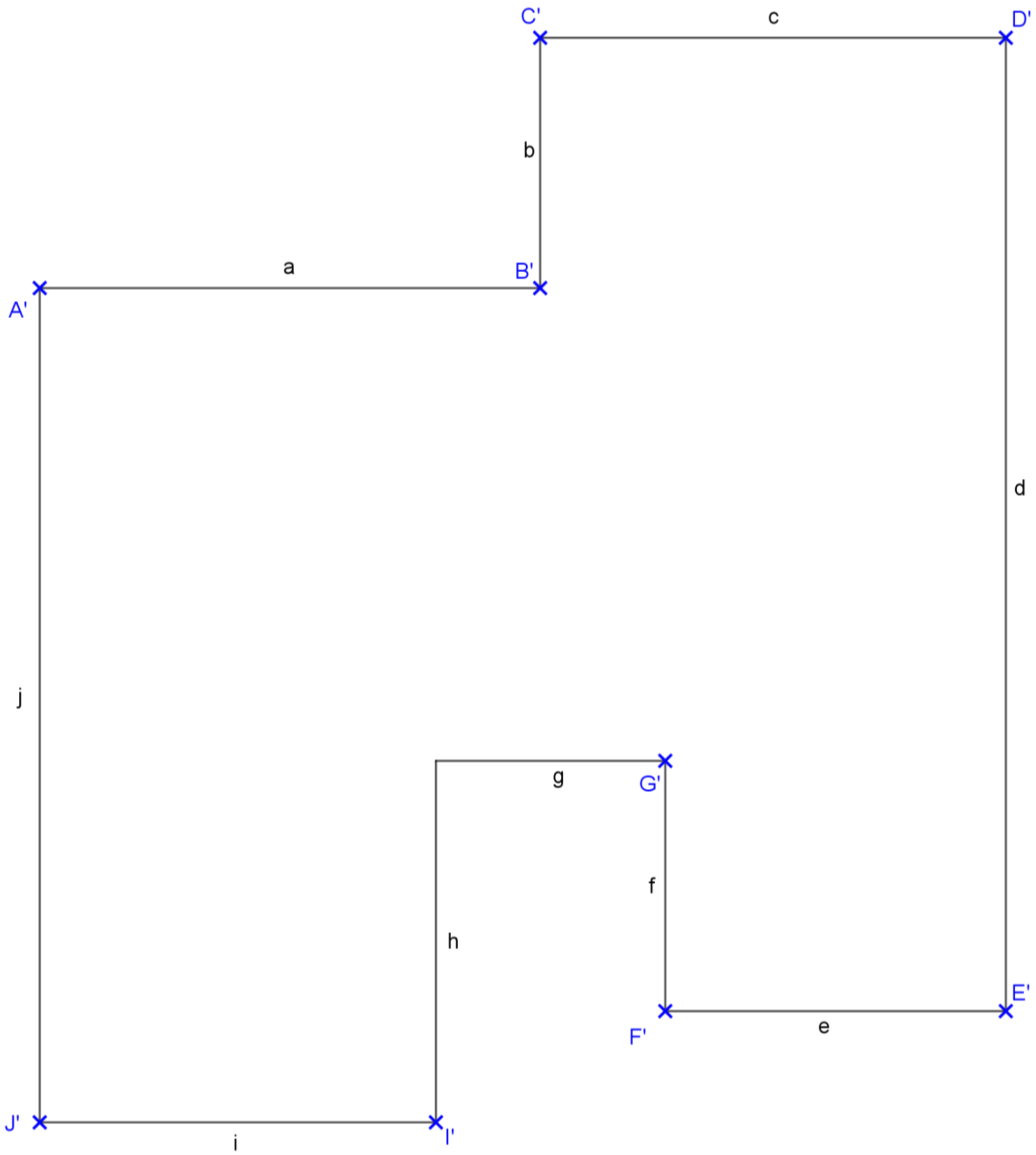
7. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,70m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma **declividade de 50%**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



8. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 2,70m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma **inclinação de 45°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal** e determine **a área da água “d”**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.

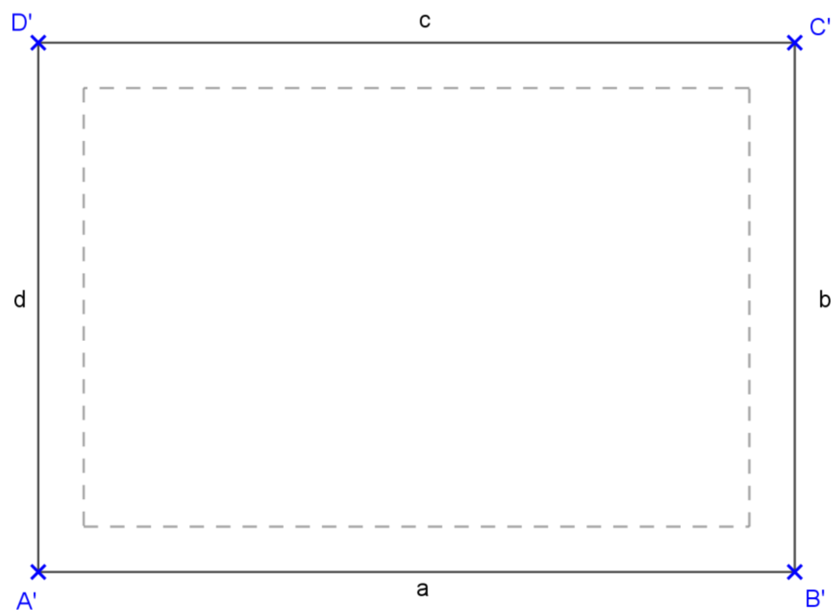


9. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas têm todas a mesma **inclinação de 30°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que: as linhas de beiral **b**, **c**, **d**, **e**, **f** têm cota 2,70m; as demais linhas de beiral têm cota 3,40m; a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.

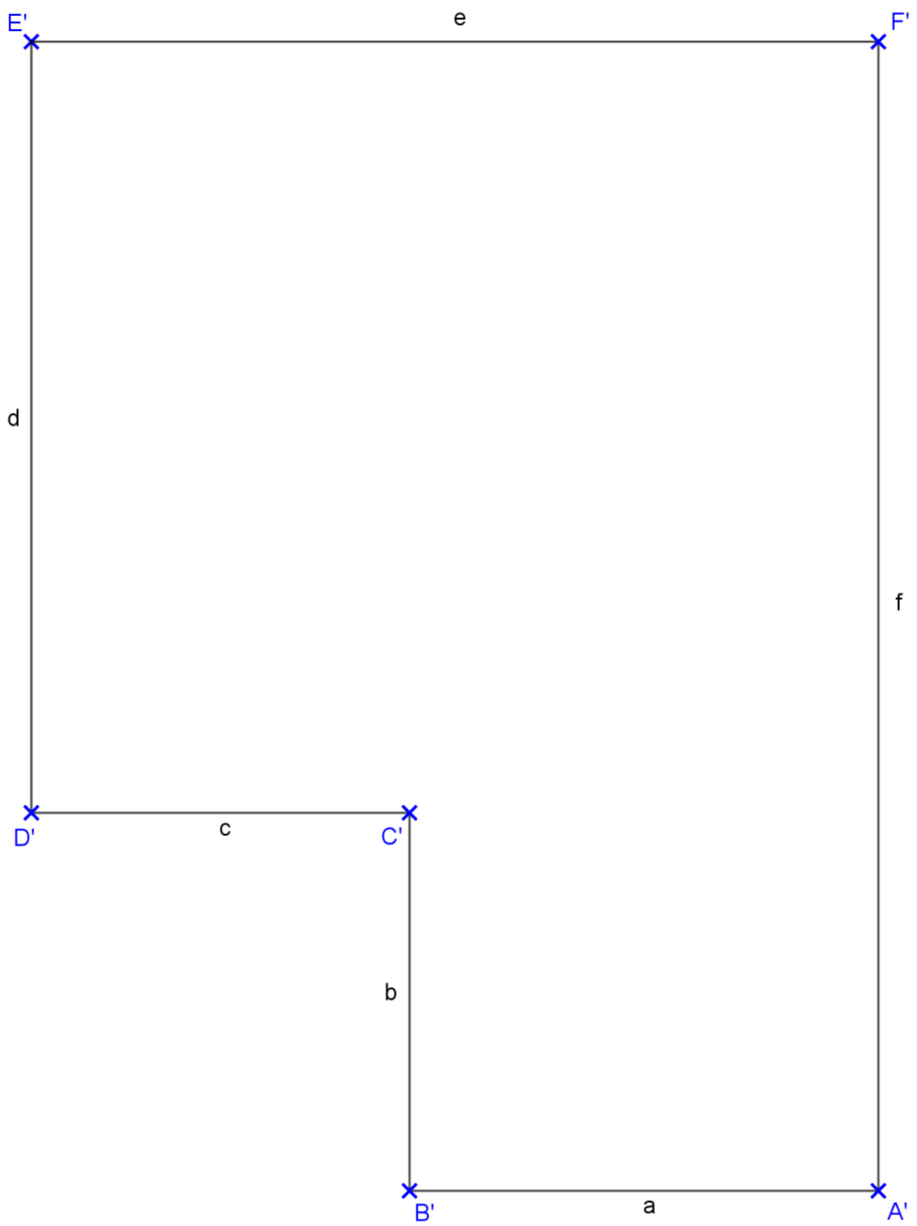


4.4. ÁGUAS COM INCLINAÇÕES DIFERENTES

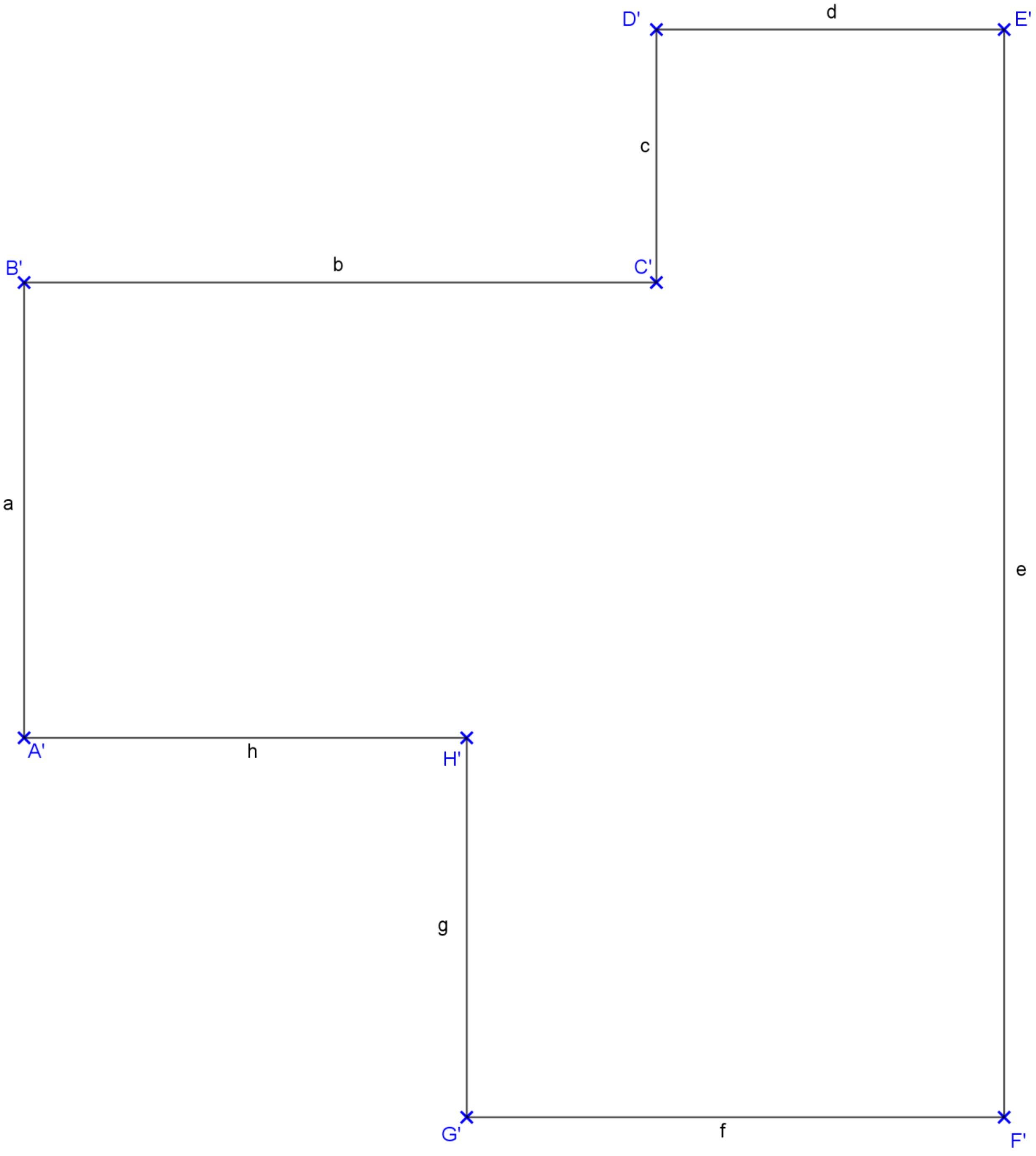
1. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 3,00m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas que contém as linhas de beiral **a** e **b** têm **inclinação de 30°** e as águas que contém as linhas de beiral **c** e **d** têm **inclinação de 60°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal** e determine **a área** da água **"d"**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



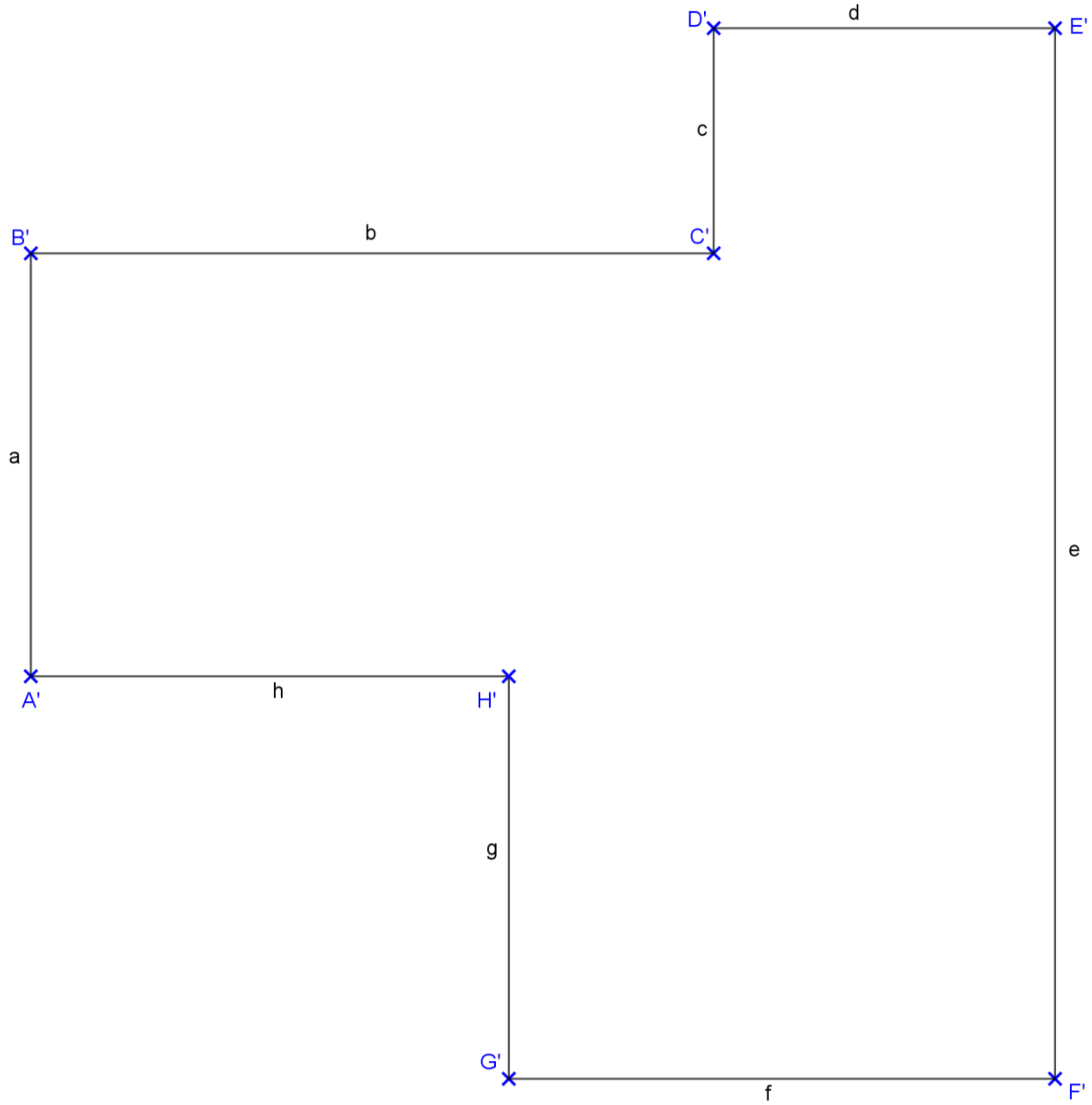
2. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 3,00m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que as águas que contém as linhas de beiral **a** e **d** têm **inclinação de 60°** e as outras águas têm **inclinação de 30°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



3. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, todas no mesmo nível (com cota = 3,20m), encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que: a linha de beiral **e** possui **platibanda** e as demais possuem **calhas**; a água que contém a linha de beiral **g** têm **inclinação de 60°** e as outras águas têm **inclinação de 45°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



4. Considerando-se as projeções da poligonal abaixo da linha de beiral de um telhado, encontre as **projeções das interseções das águas** do mesmo, sabendo-se que: a linha de beiral **d** é um **oitão**; a água que contém a linha de beiral **g** têm **inclinação de 60°** e as outras águas têm **inclinação de 45°**. Indique o **sentido de escoamento das águas**, encontre a **cota da cumeeira principal**. Considere que: as linhas de beiral **a**, **b** e **h têm cota 2,20m**; as demais têm **cota 2,80m**; a unidade de cota é **1m** e a escala é **1:100**.



PARTE V
REPRESENTAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA

Uma superfície é denominada topográfica quando não pode ser determinada por meio de uma equação, ou seja, sua forma não é geometricamente determinada. Assim, as soluções dos problemas que envolvem uma superfície topográfica não são exatas.

Numa planta topográfica, uma curva de nível caracteriza-se como uma linha imaginária que une todos os pontos de igual altitude de uma região representada. É chamada de "curva", pois normalmente a linha que resulta do estudo das altitudes de um terreno são, em geral, obtidas através de curvas associadas a valores de altitude em metros (m). A curva de nível serve para identificar e unir todos os pontos de igual altitude de uma determinada região. Um exemplo de representação das curvas de nível é apresentado na figura seguinte.

As curvas de nível são resultantes da seção plana feita por vários planos paralelos, horizontais (ou de nível) com uma superfície da terra. Nelas são indicadas as distâncias verticais acima, ou abaixo, de um plano de referência de nível. Começando no nível médio dos mares, que é a curva de nível zero, cada curva de nível tem um determinado valor. A distância vertical entre as curvas de nível é conhecida como equidistância, cujo valor é encontrado nas informações marginais da carta topográfica.

5.1.LEVANTAMENTO

O levantamento é uma operação pela qual são obtidos os elementos necessários aos cálculos e respectivas representações de obras ou porções de superfícies.

O levantamento pode ser:

2.1. Planimétrico– visa a representação sem a preocupação com o relevo, ou seja, a representação preocupa-se apenas com a representação dos pontos sem a representação das cotas.

2.2. Altimétrico – é o levantamento que visa a representação do relevo mostrando as altitudes, portanto representando as cotas dos pontos.

2.3. Planta Topográfica – a planta topográfica é a representação dos pontos de igual altitude sobre um plano horizontal, sua escala é superior a 1:100.000

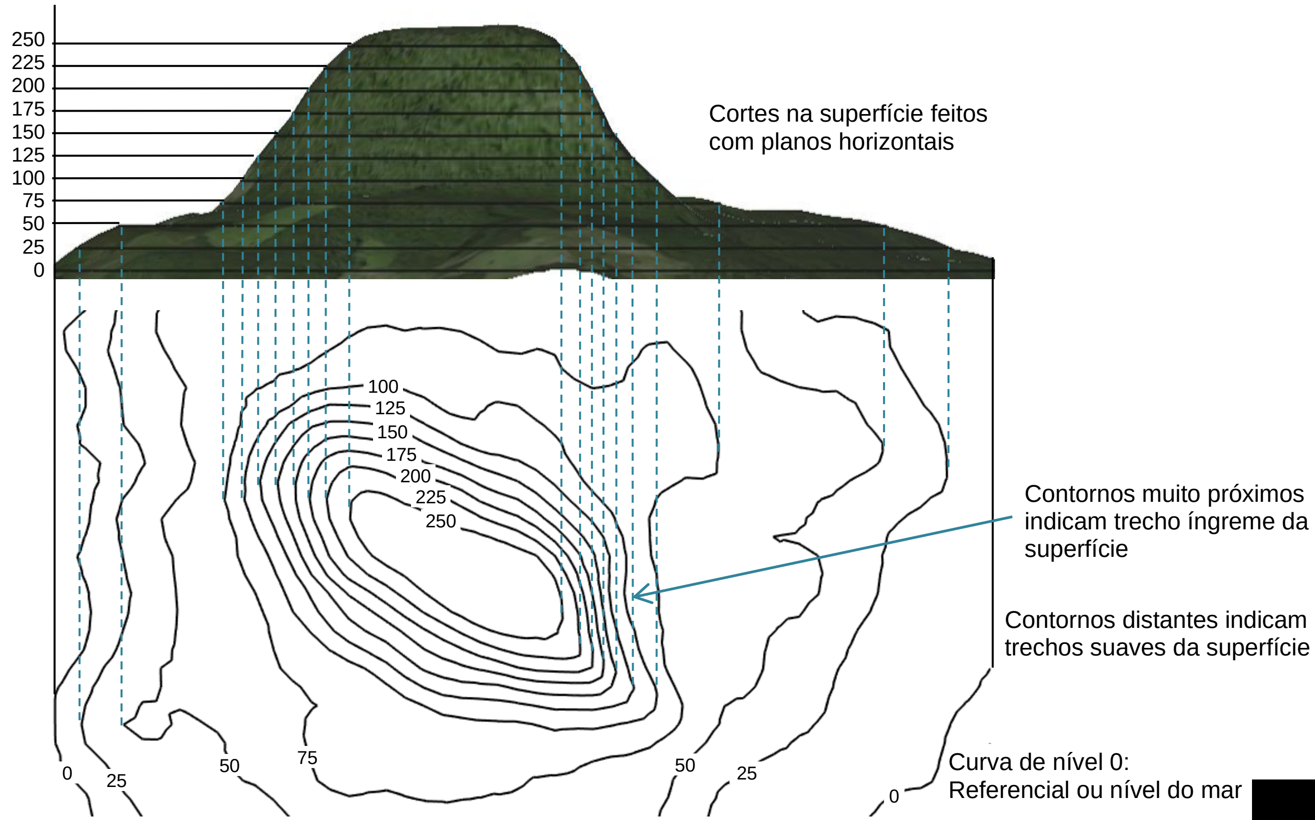
2.4. Planta Geográfica ou carta – é a planta cuja escala é inferior a 1:100.000.

Em geral, nas plantas topográficas não é necessário especificar a unidade que representa as cotas, pois salvo indicação em legenda, a unidade utilizada é sempre o metro.

5.2. PRINCÍPIO DA REPRESENTAÇÃO TOPOGRÁFICA

Uma das aplicações práticas do método da dupla projeção ortogonal consiste em representar sobre um plano horizontal uma porção da superfície da terra, levando em conta seu relevo. Esta representação é feita através de linhas horizontais que contém o conjunto de pontos de mesma cota.

Ao seccionar uma superfície da terra por planos de nível equidistantes entre si, esta interseção gera linhas horizontais de mesma cota, que são as curvas de nível. Na figura a seguir os planos de cotas 0, 25, 50, ..., 250 são planos de nível equidistantes e os pontos representados sobre eles formam curvas de nível.

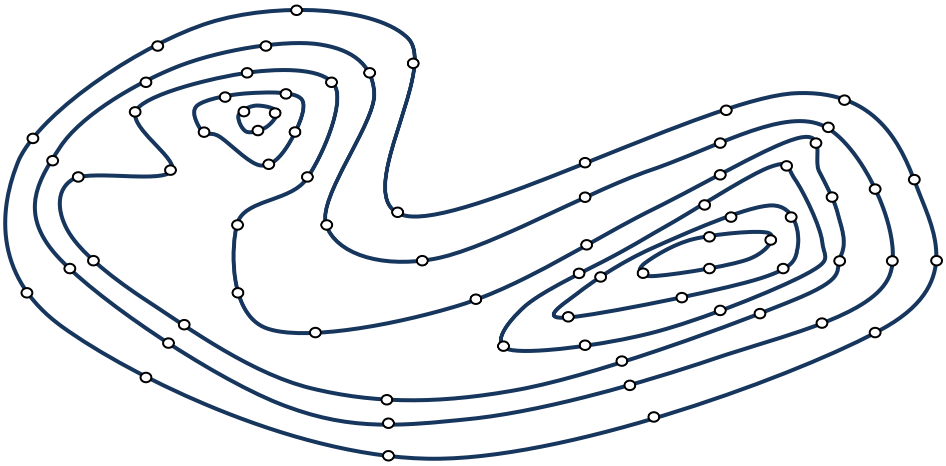


Realidade Virtual: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/
Realidade Aumentada: paulohscwb.github.io/geometria-descritiva/superficies.html

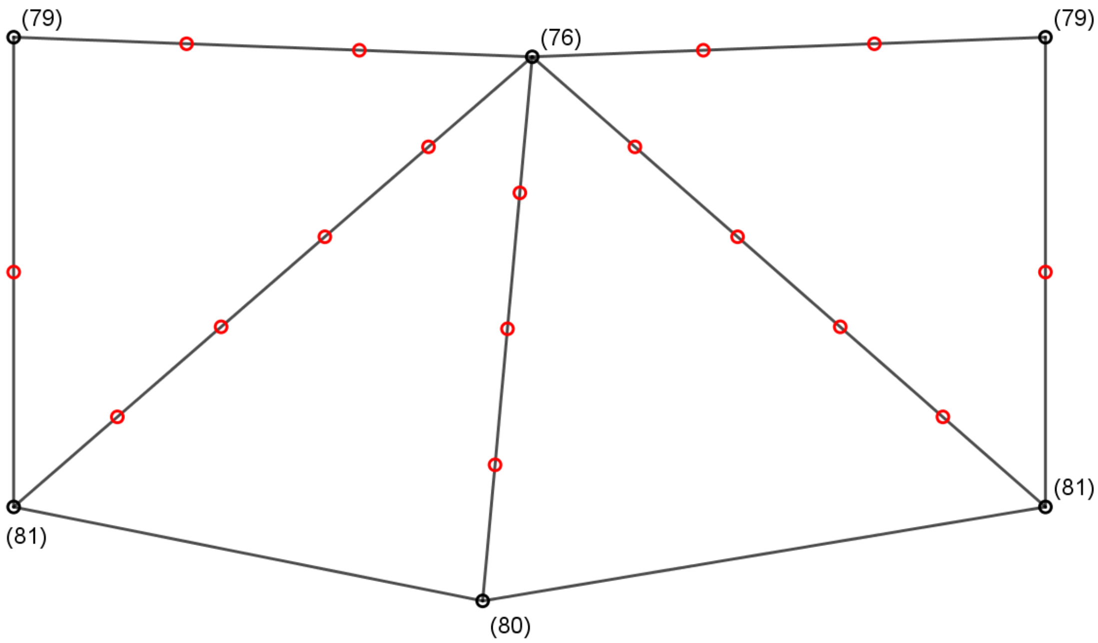
5.2.1. Traçado das curvas de nível

O traçado das curvas de nível é feito considerando pontos de cotas inteiras e de acordo com a natureza do trabalho. Sobre cada segmento, determina-se o ponto de cota inteira, e a união dos pontos de mesma cota gera a curva de nível.

A superfície topográfica assemelha-se a vários troncos de cone superpostos onde cada base inferior de um é a base superior do outro. Na figura mostrada a seguir é apresentado um exemplo da representação das curvas de nível.

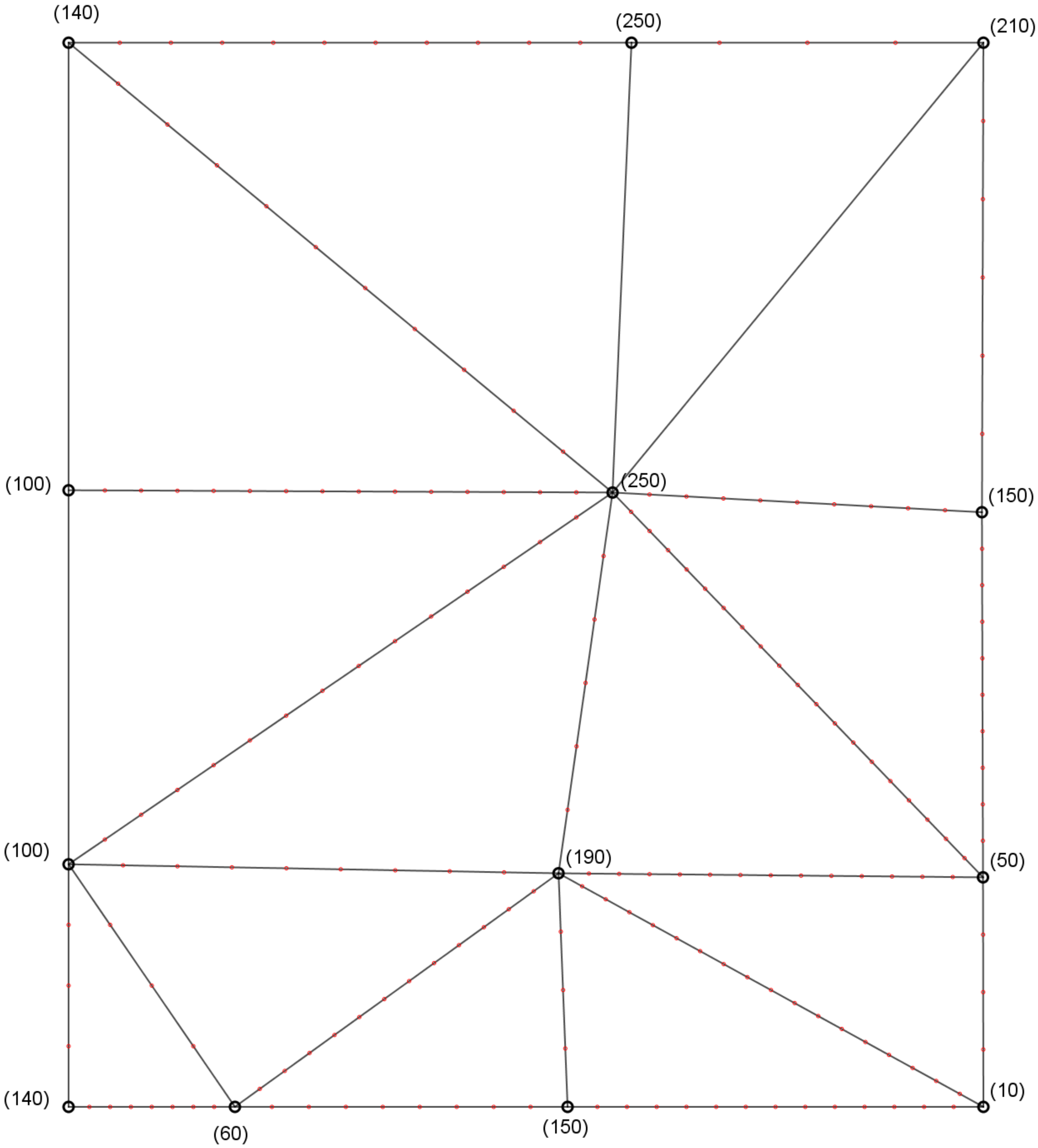


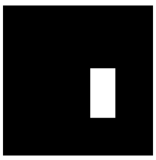
Para encontrar os pontos de cotas inteiras, utiliza-se o método da triangularização, ou seja, na malha onde será representada a planta contendo as curvas de nível, os segmentos são divididos de forma a representar os pontos de cotas inteiras. Um exemplo é apresentado na figura a seguir.



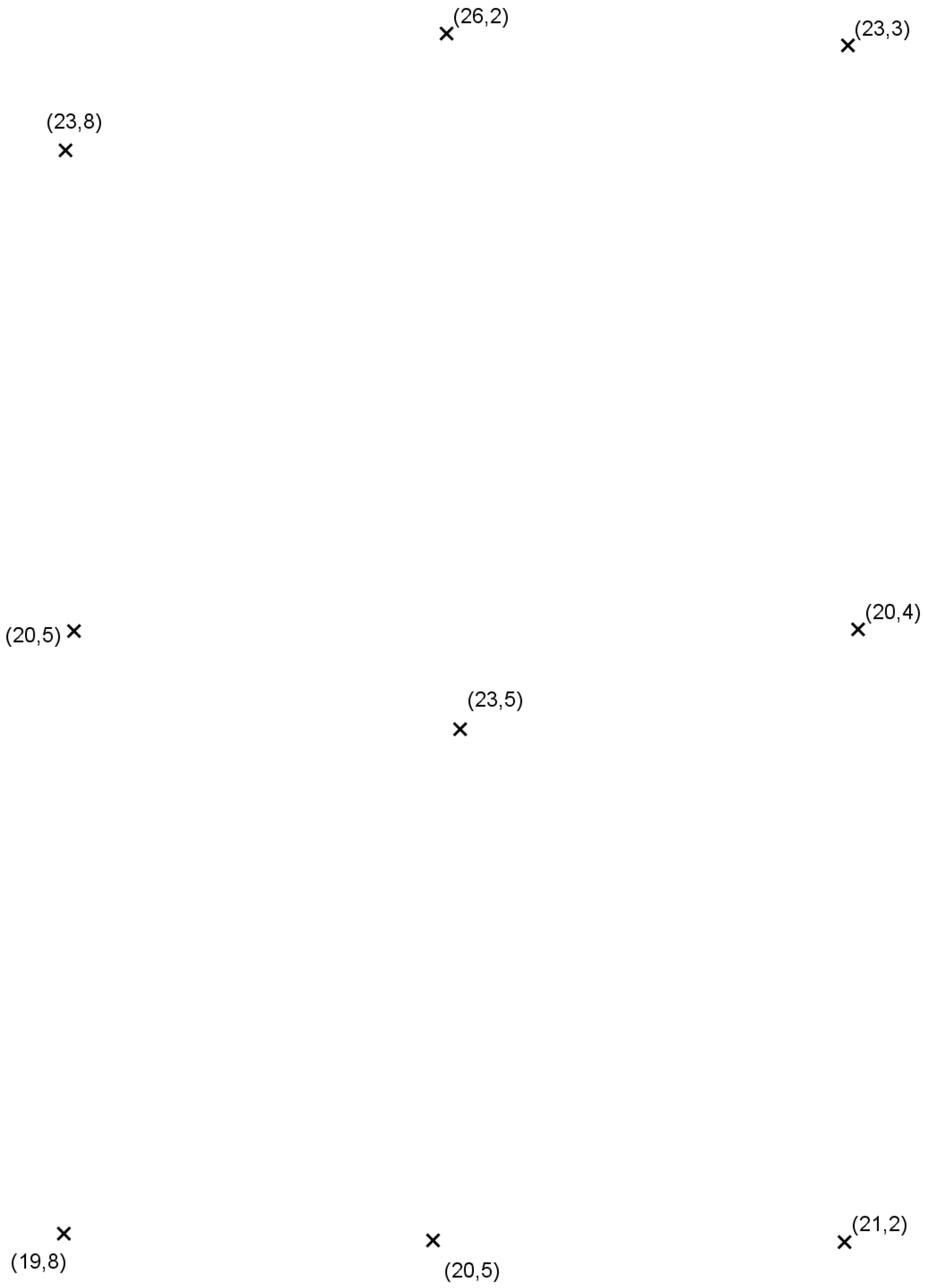
Exercícios

1. Os pontos correspondem a uma superfície topográfica. Representá-la através de curvas de nível, com equidistância de 10 metros, considerando a unidade de cota como sendo o metro.



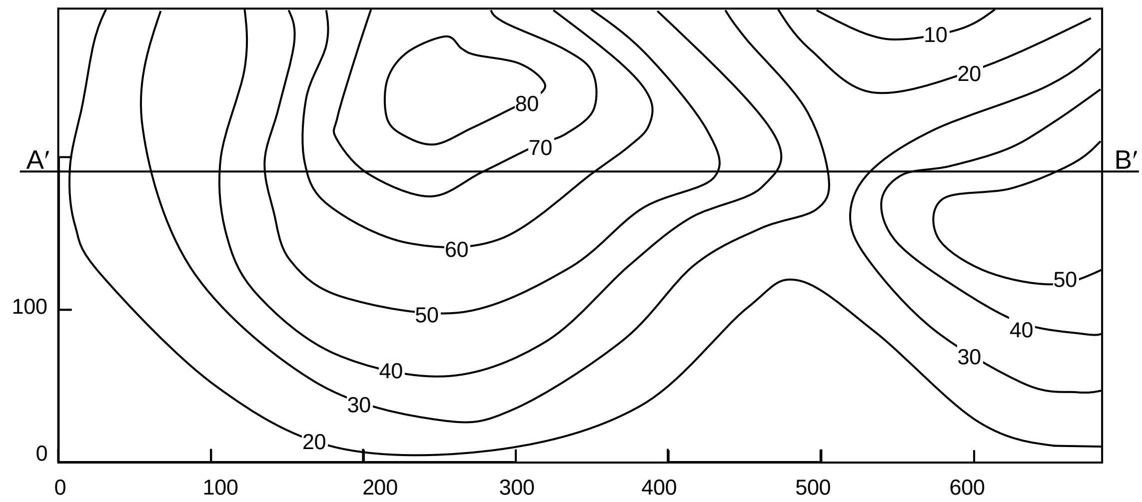


2. Os pontos correspondem a uma superfície topográfica. Representá-la através de curvas de nível, com equidistância de 1 metro, considerando a unidade de cota como sendo o metro.



5.2.2. Perfil Topográfico

Considere uma superfície topográfica cortada por um plano frontal, representado pelo seu traço (AB) no plano π'. Este plano corta o plano de projeção segundo a reta A'B'.



Considere que a superfície topográfica tenha seu corte pelo plano frontal representado nos eixos cartesianos *x* e *z*.

Sobre o eixo *x* marcam-se os pontos de interseção da reta A'B' com as curvas de nível e sobre o eixo *z* marcam-se as cotas das extremidades desses segmentos. Unindo-se os pontos tem-se o perfil da superfície.

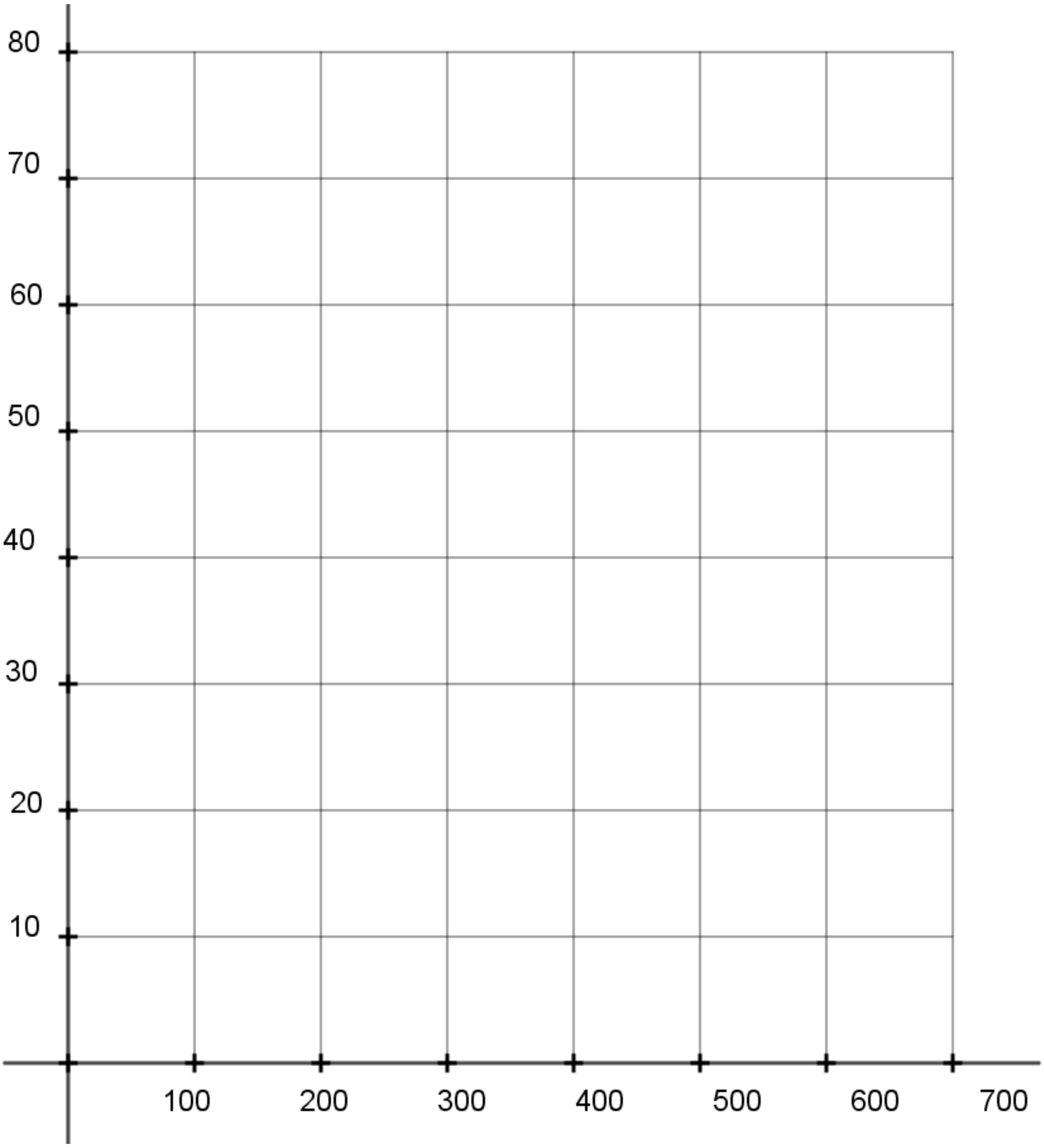
Em geral, utiliza-se no perfil uma escala tal que o valor da cota (*z*) seja dez vezes o valor da abscissa (*x*). Este procedimento é adotado para acentuar o relevo, já que as alturas são normalmente pequenas em relação à planta da região.

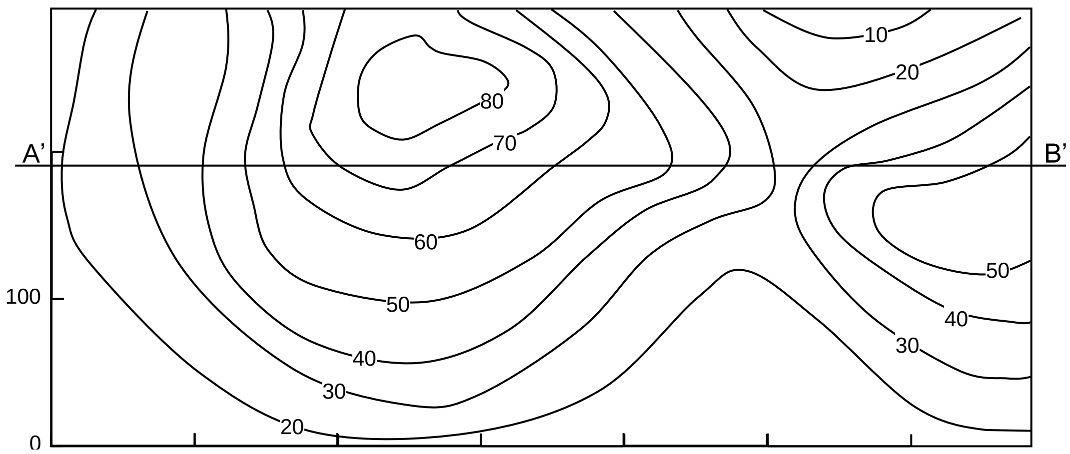
As escalas mais utilizadas são:

Vertical	Horizontal
1:100	1:1000
1:200	1:2000
1:500	1:5000

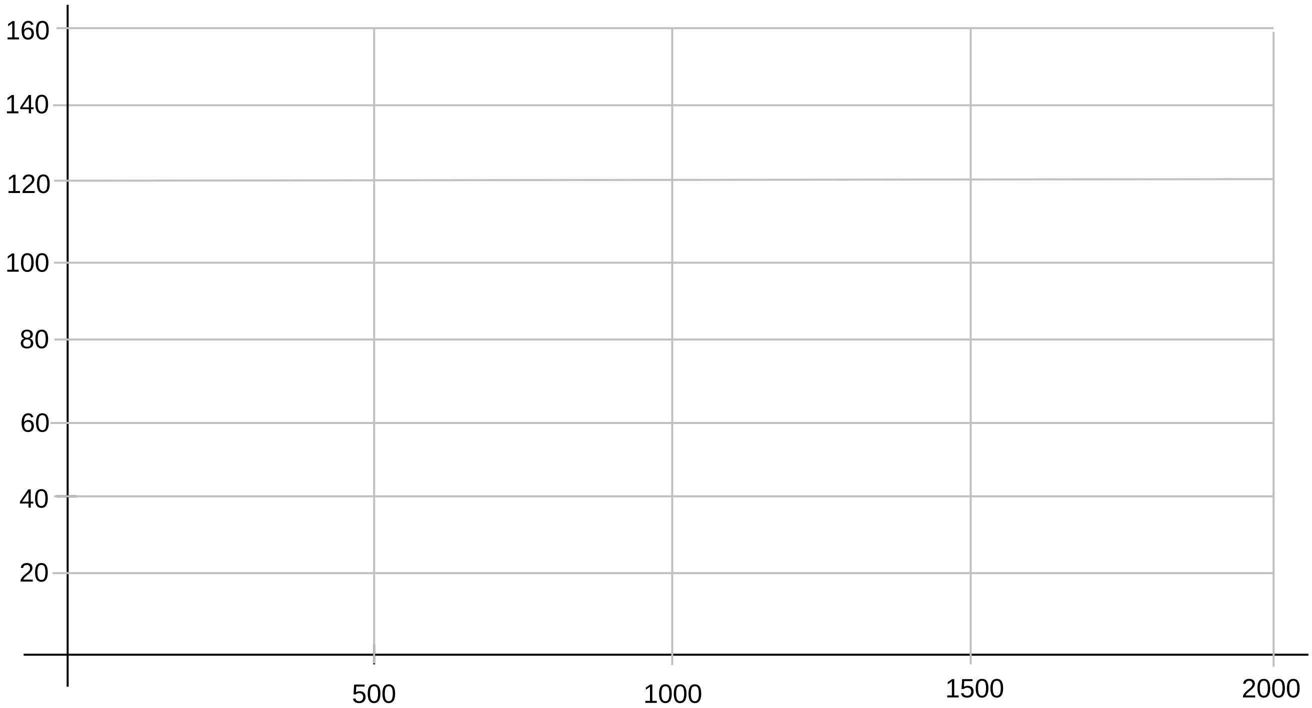
Exercícios

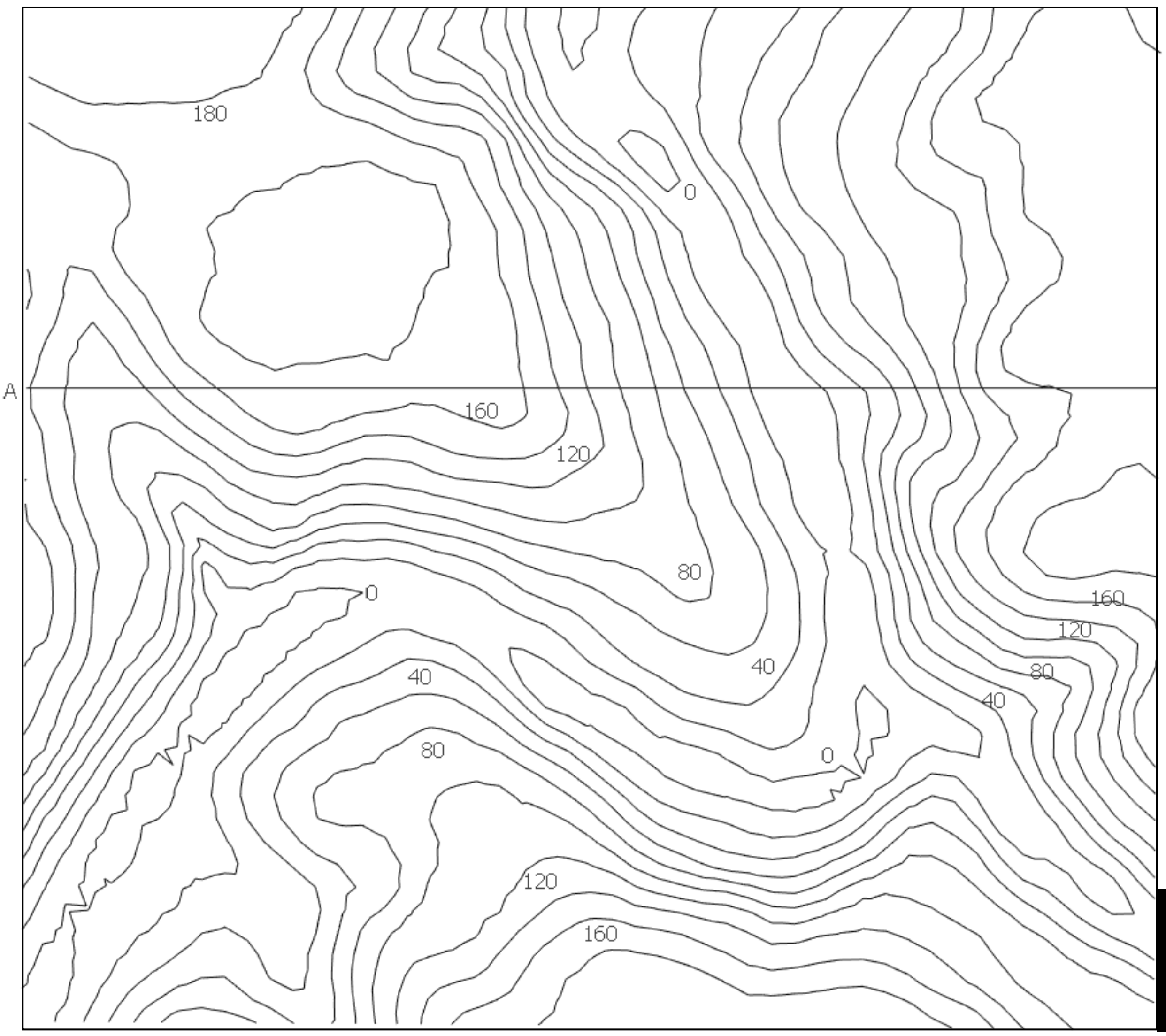
1. Representar o perfil topográfico da seção determinada pelo plano definido pelos pontos A e B, utilizando a escala vertical dez vezes maior que a horizontal.



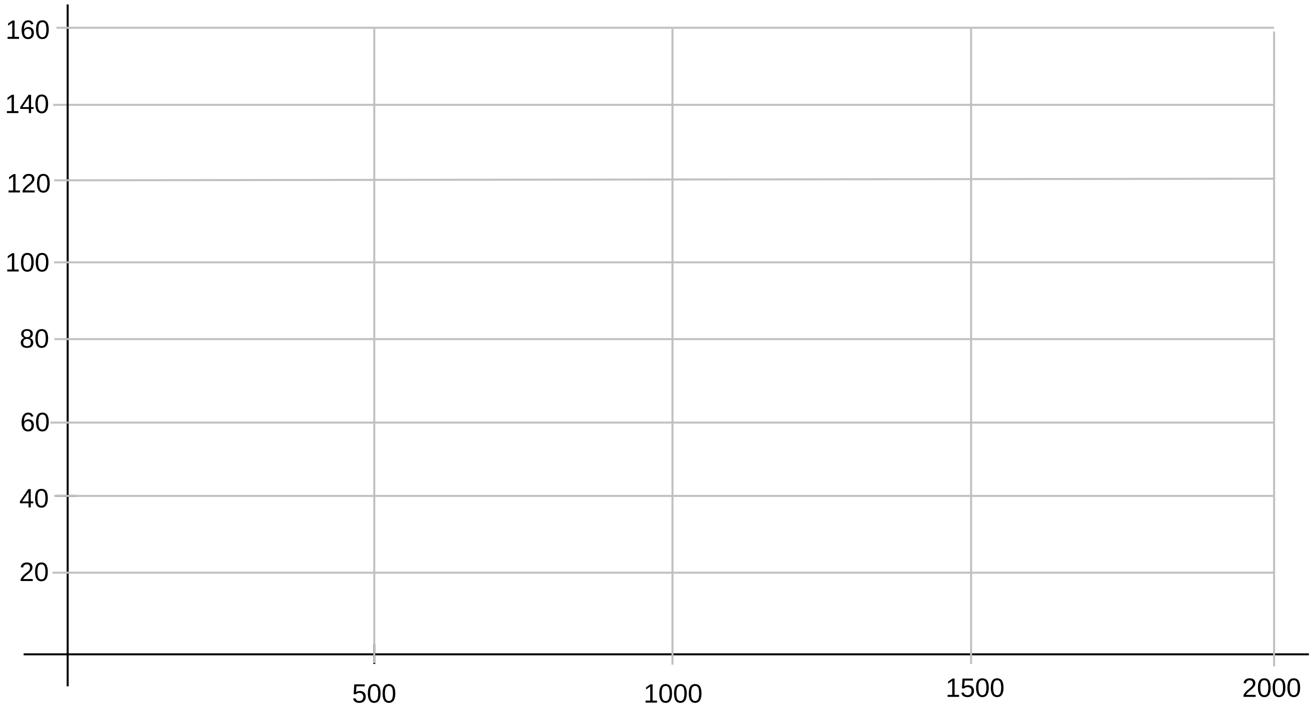


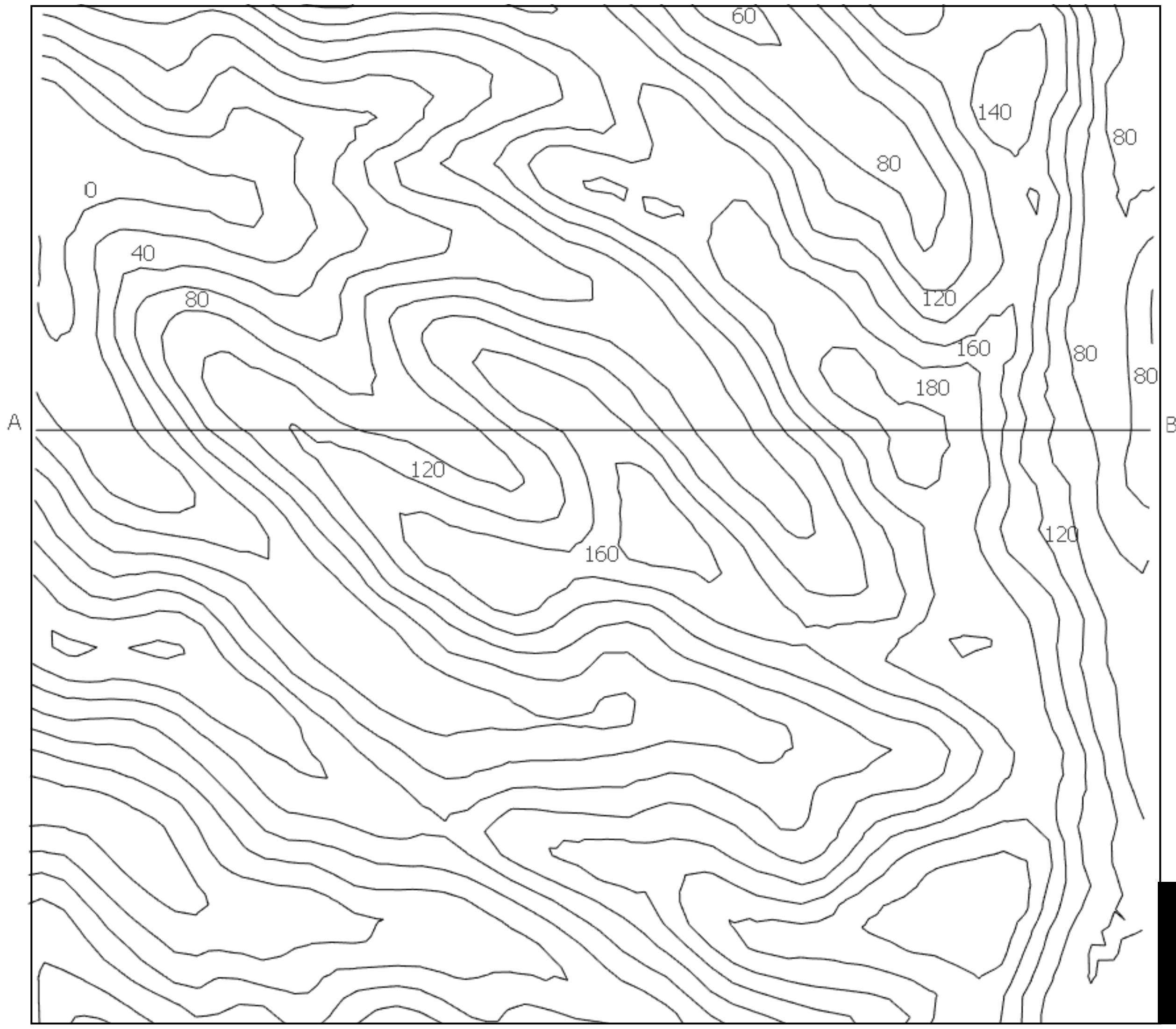
2. Representar o perfil topográfico da seção determinada pelo plano definido pelos pontos A e B.





3. Representar o perfil topográfico da seção determinada pelo plano definido pelos pontos A e B.





5.2.3. Seção Plana

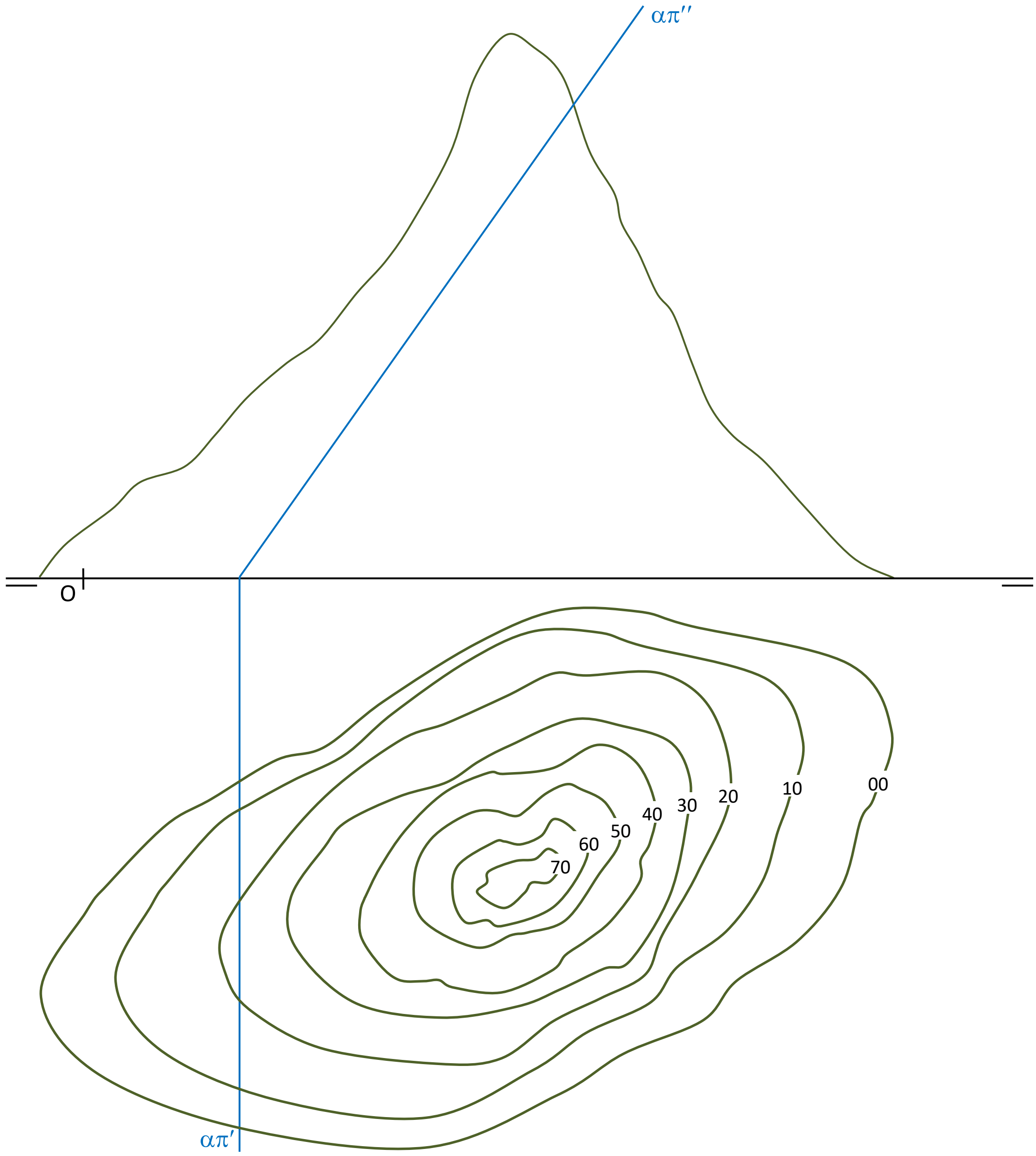
A interseção de um plano inclinado com uma superfície topográfica é sempre feita com o auxílio de planos horizontais. Cada plano horizontal considerado corta o plano dado segundo uma reta **r**, que pode ser horizontal, de topo ou fronto-horizontal, cortando a superfície segundo uma curva de nível. Os pontos comuns da reta de corte **r** com a curva de nível são pontos pertencentes à seção plana. A ligação dos pontos assim obtidos resulta na interseção procurada.

Para a resolução do problema considera-se para planos horizontais auxiliares os próprios planos das curvas de nível dadas. A horizontal do plano dado cuja cota seja a mesma que a da curva de nível considerada, tem com esta, pontos comuns que são pontos da interseção.

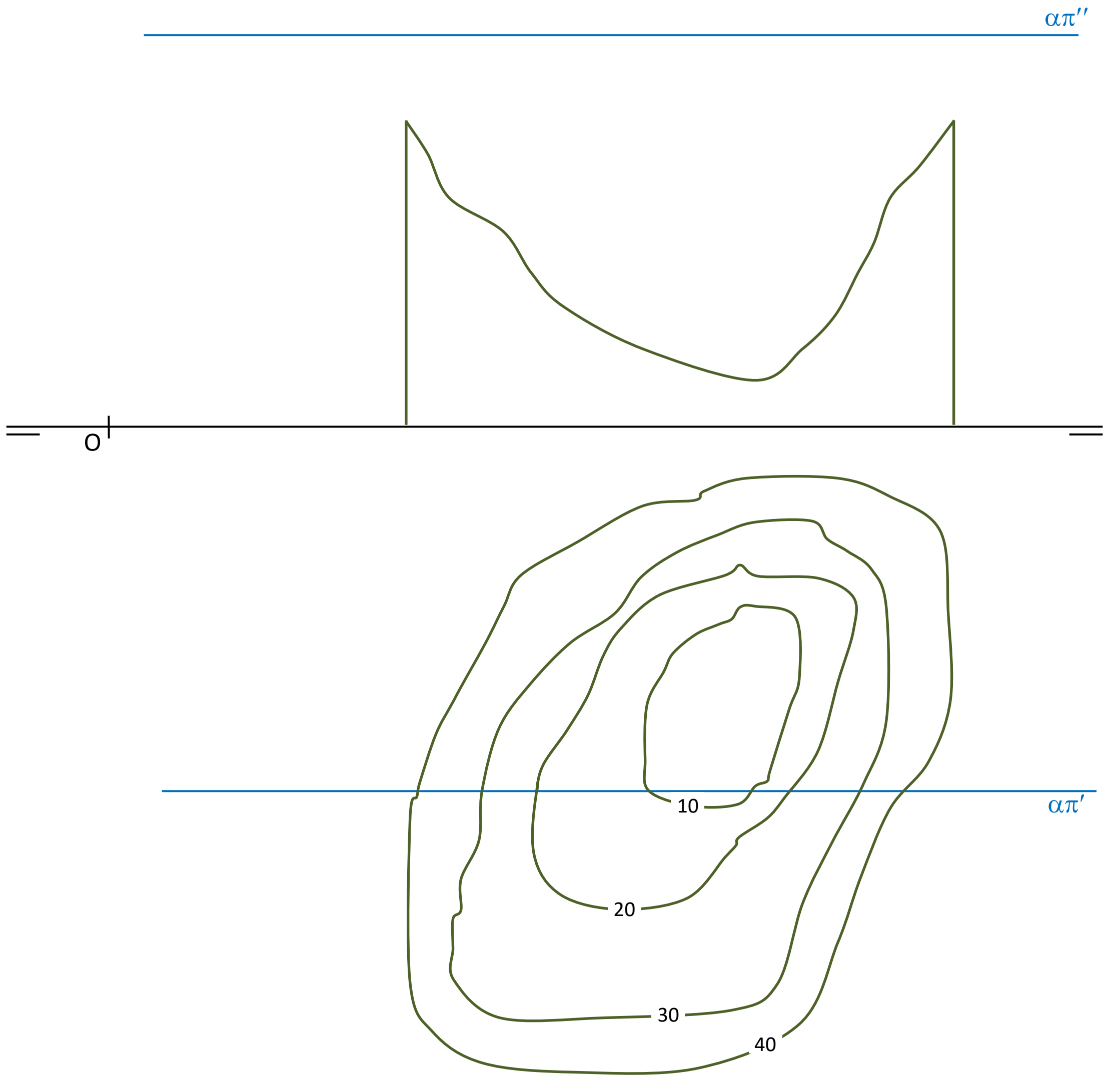
Exercício

Dados o plano α por seus traços nos planos de projeções e as curvas de nível da superfície topográfica, determine a interseção do plano com a superfície (seção plana). Considere a unidade o metro e a escala 1:1000.

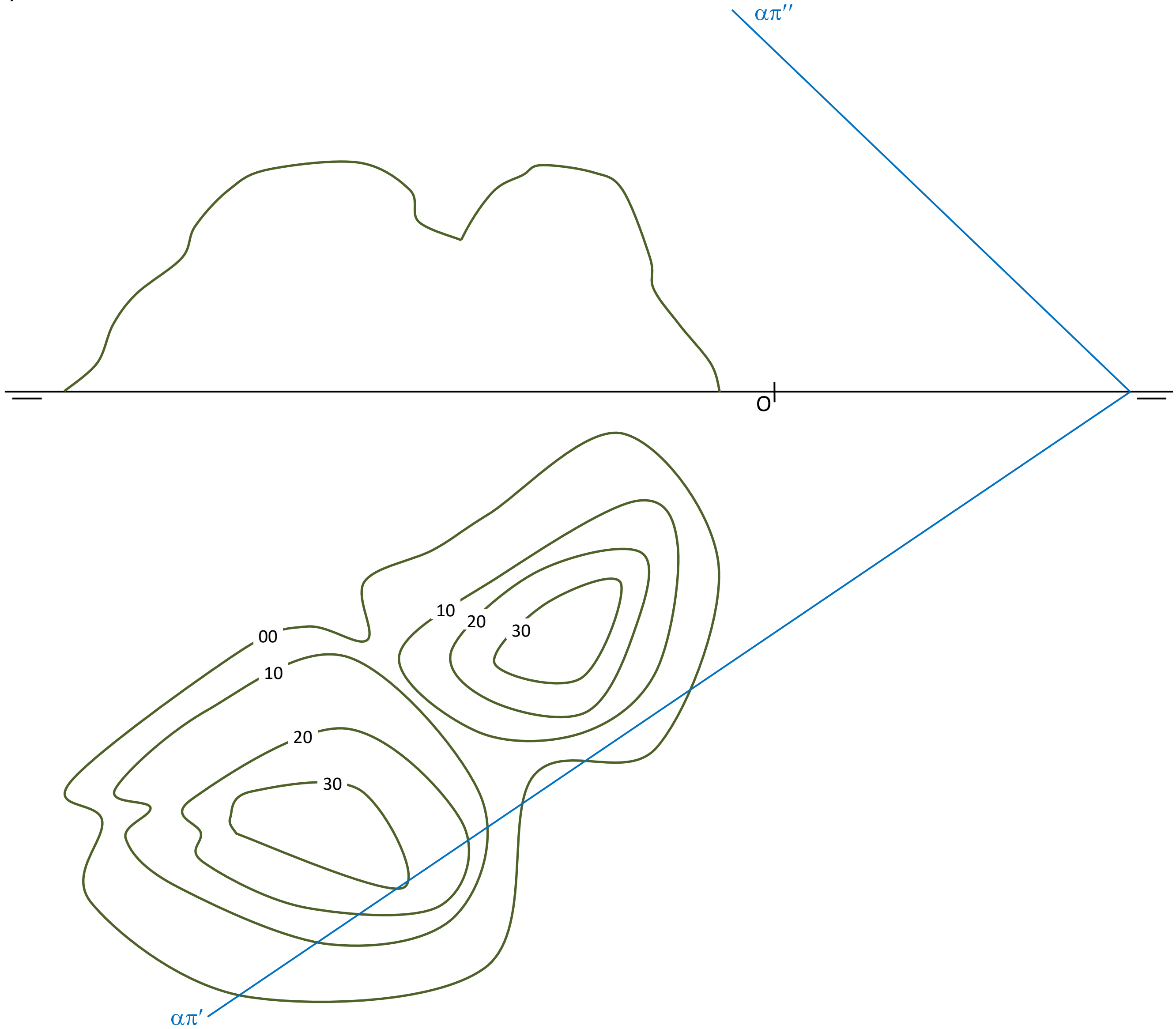
a)



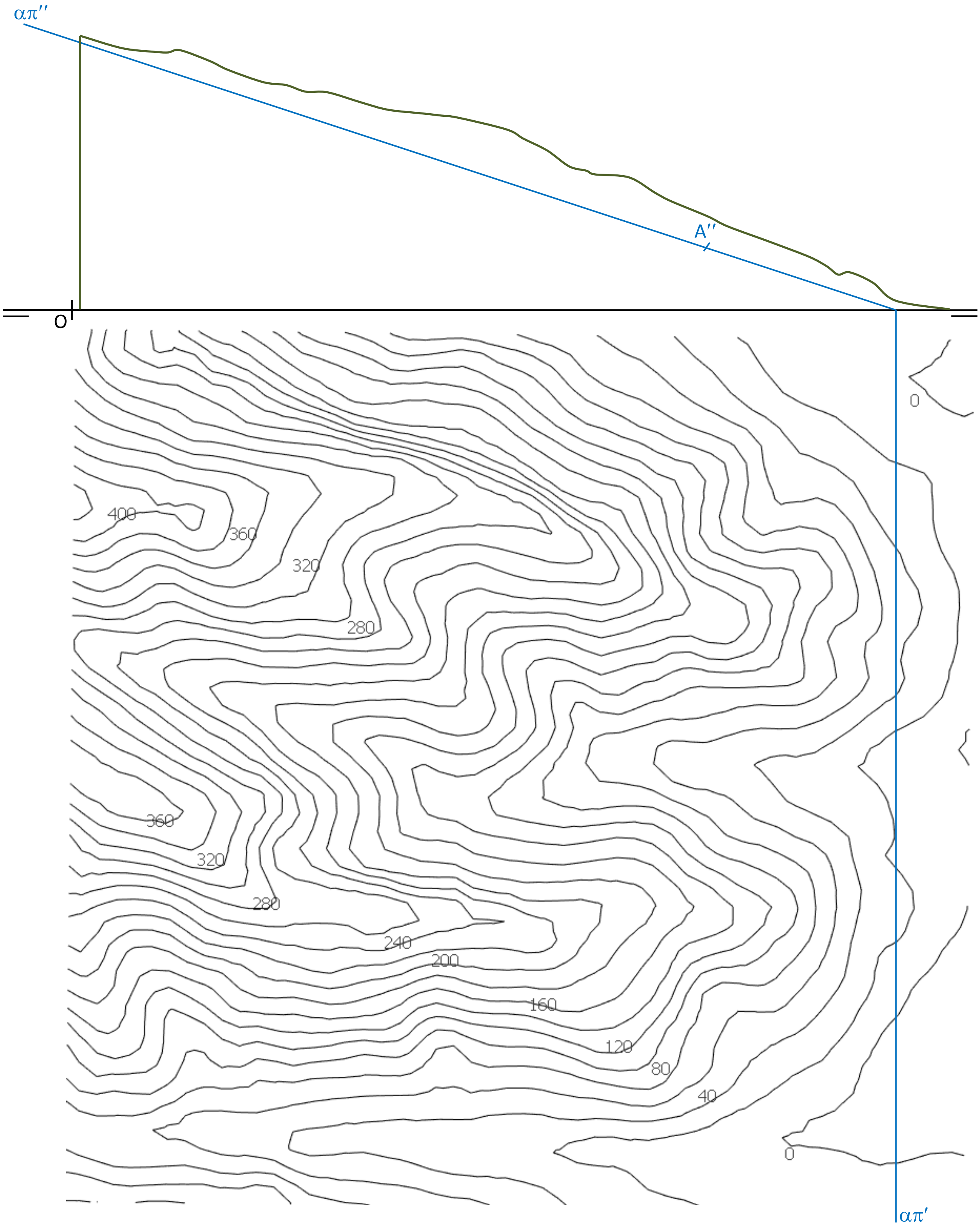
b)



c)

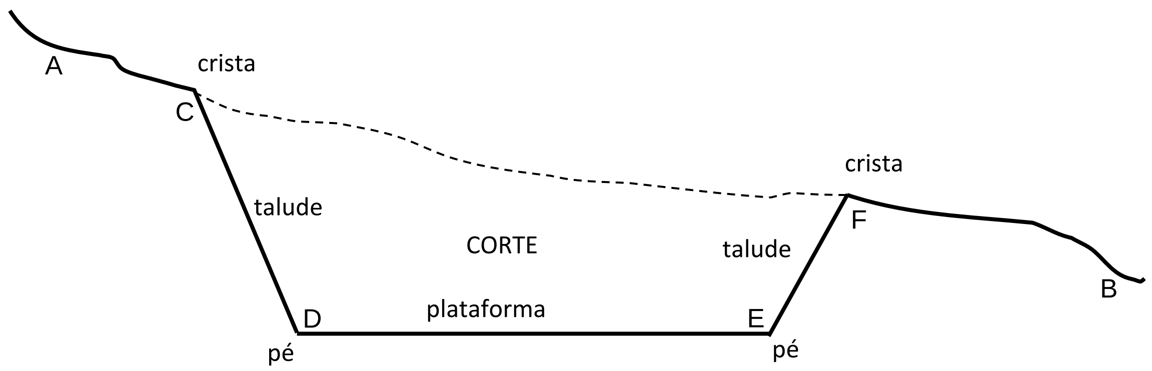


d) Considere o desenho em escala 1:10.000, o ponto A de cota 100 metros. Encontre a seção plana com cotas de 20 em 20 metros.



5.2.4. Cortes

Quando a construção que se quer executar tem cota menor que a da superfície natural do terreno, faz-se uma escavação que recebe o nome de corte.



Admitindo-se que a linha AB da figura representa um perfil de um terreno, a área CDEF representa um corte. A superfície do terreno proveniente de um corte ou aterro chama-se **talude** ou **rampa,** a **crista** de um corte é chamada de ***offset***.

Os declives dos taludes variam de acordo com a natureza do terreno e da altura do corte. Os valores mais comumente utilizados são:

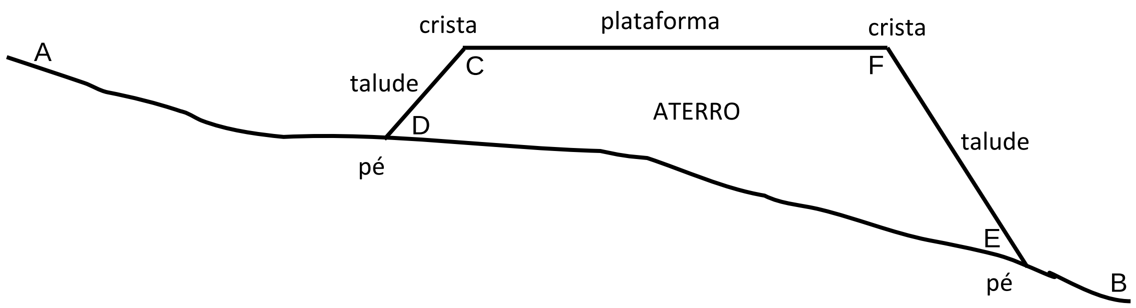
a) Terreno com possibilidade de desmoronamento: 1/1;

b) Terreno sem possibilidade de desmoronamento: 3/2;

c) Rocha: talude vertical.

5.2.5. Aterros

Quando a construção que se quer executar tem cota maior que a superfície natural do terreno, faz-se um preenchimento que é denominado aterro.



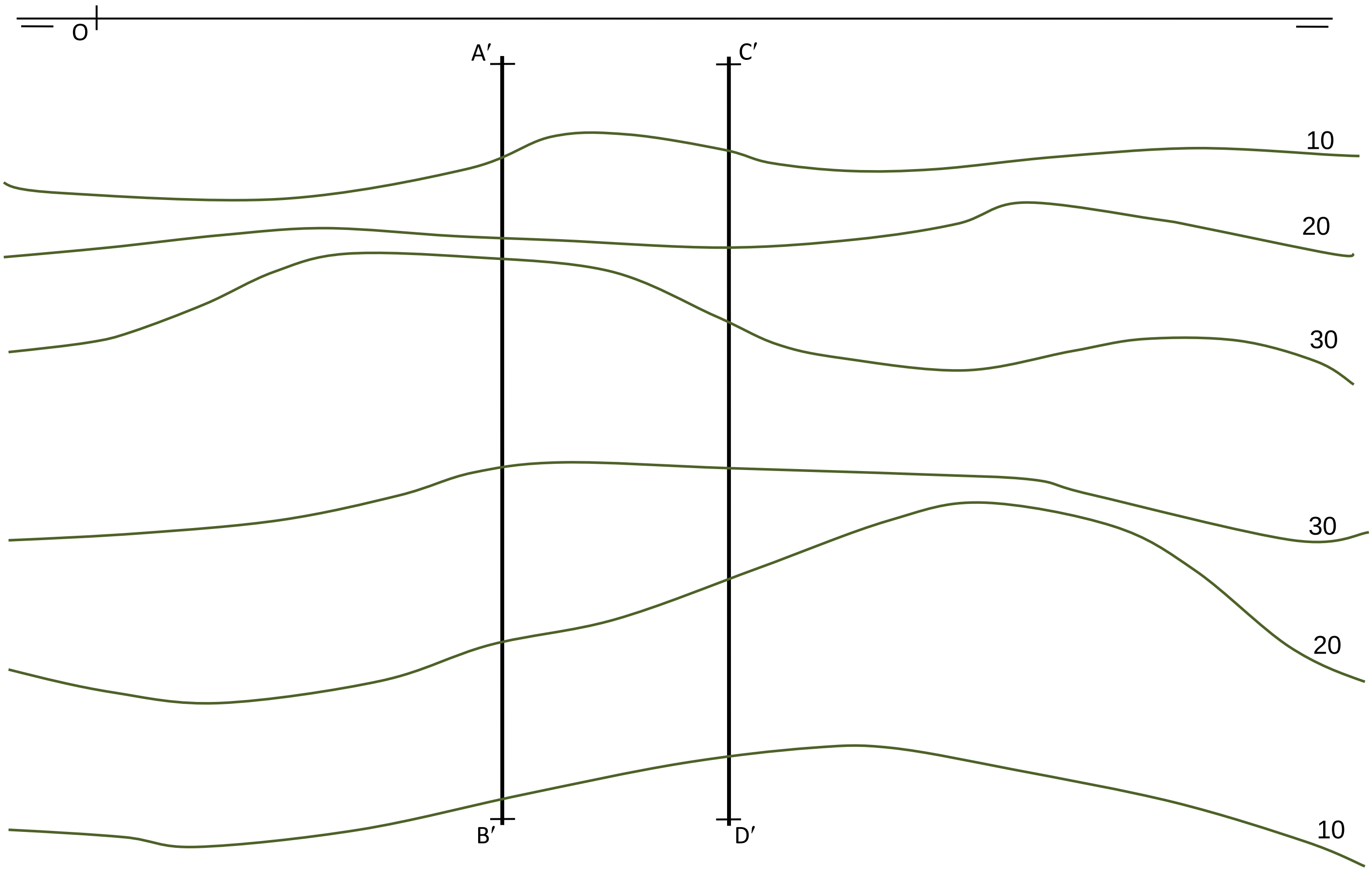
Admitindo-se que a linha AB da figura representa um perfil de um terreno, a área CDEF representa um aterro. O talude de um aterro também é chamado de **saia**. O pé de um aterro também é chamado de *offset*.

Os declives dos taludes dos aterros variam de acordo com as circunstâncias e principalmente com a altura. Os valores mais comumente utilizados são: 1/4, 1/3, 1/2 e 2/3.

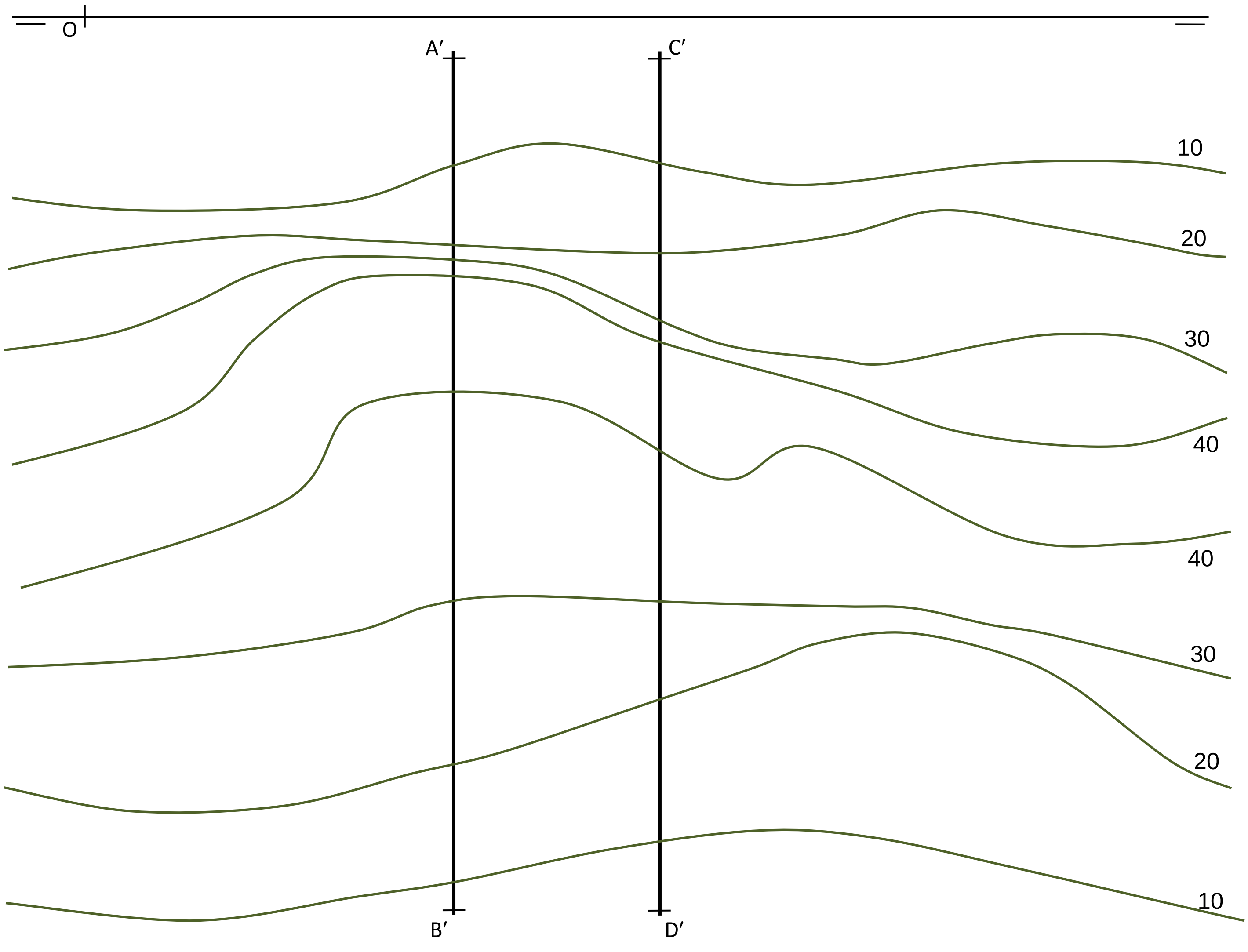
Exercício

Dada a superfície topográfica, representada pelas curvas de nível, determinar as linhas de *offset* para a construção da estrada representada pelas retas de topo AB e CD de cota 10. Os dados fornecidos são referentes aos taludes de corte feitos por meio de planos de topo. Considere a unidade o metro e a escala 1:1.000. Faça o novo desenho das curvas de nível.

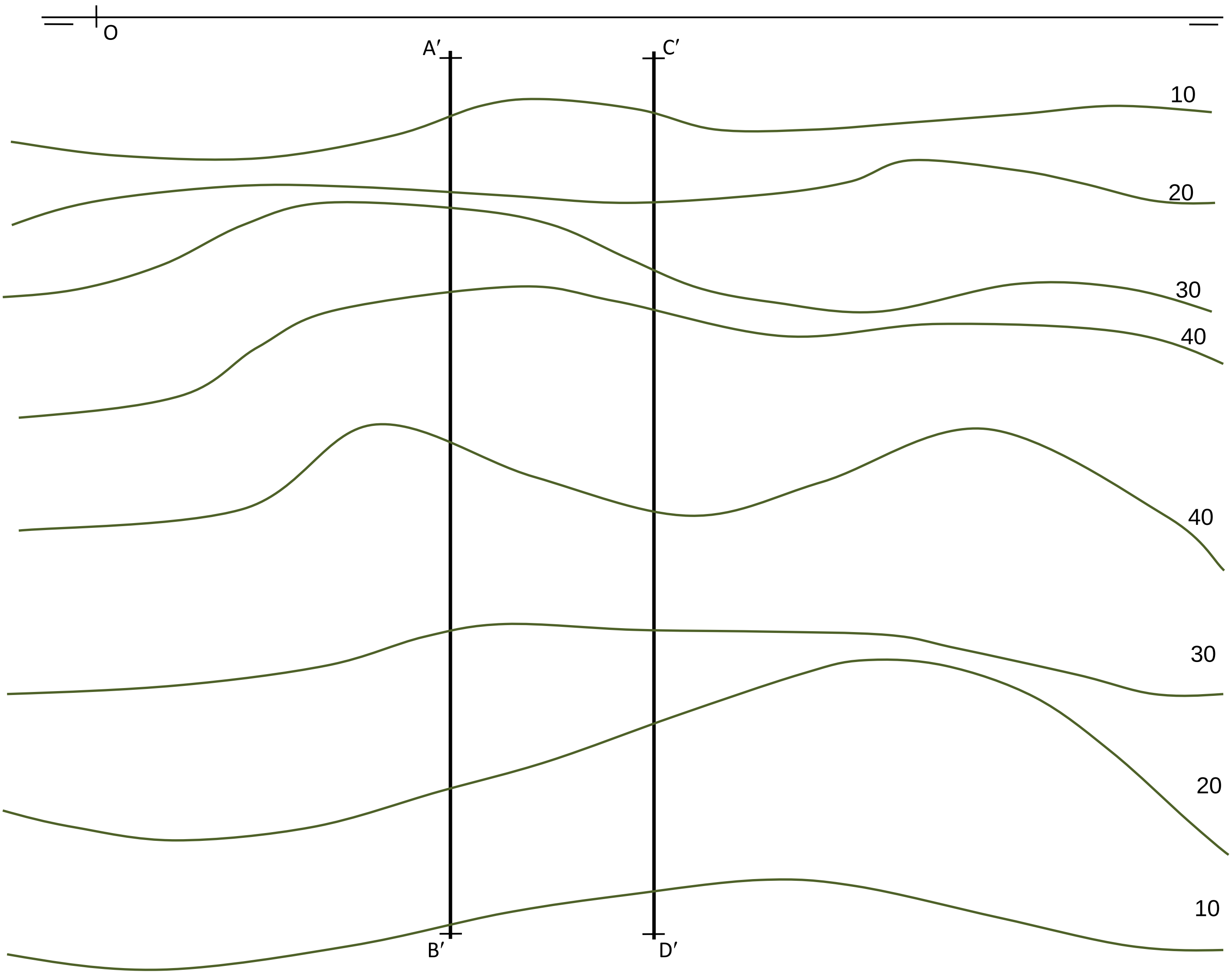
a) inclinações θ_E=45º à esquerda de AB e θ_D=60º à direita de CD.



b) inclinações θ_E=30º à esquerda de AB e θ_D=45º à direita de CD.



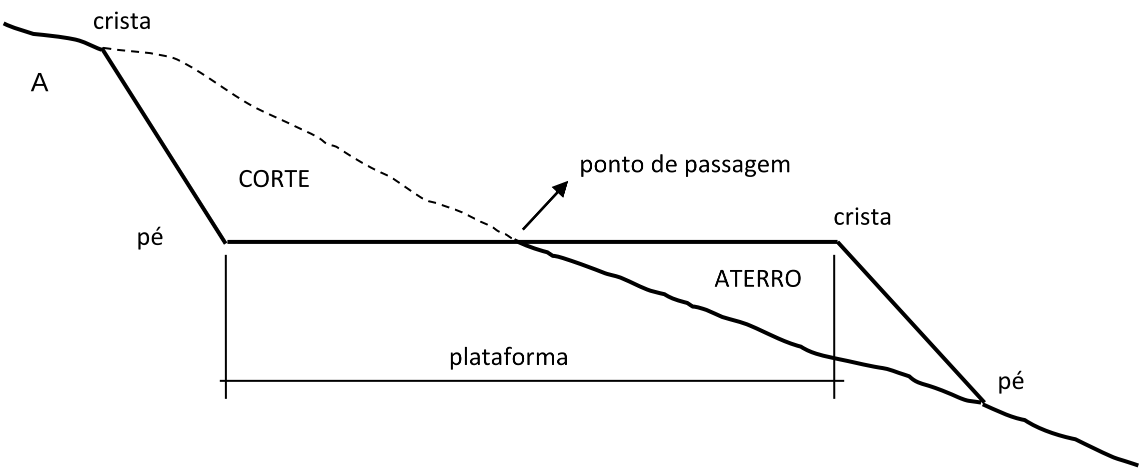
c) declives $de_E=2/3$ à esquerda de AB e $de_D=1$ à direita de CD.



No exemplo mostrado no QR code abaixo, temos um exemplo de corte em um terreno real, com declives $de_E= 45^o$ à esquerda de AB e $de_D= 30^o$ à direita de CD e cotas de AB e CD iguais a 15.

2.6.Seção Mista

A seção mista é constituída de parte em corte e de parte em aterro, como mostra figura a seguir.



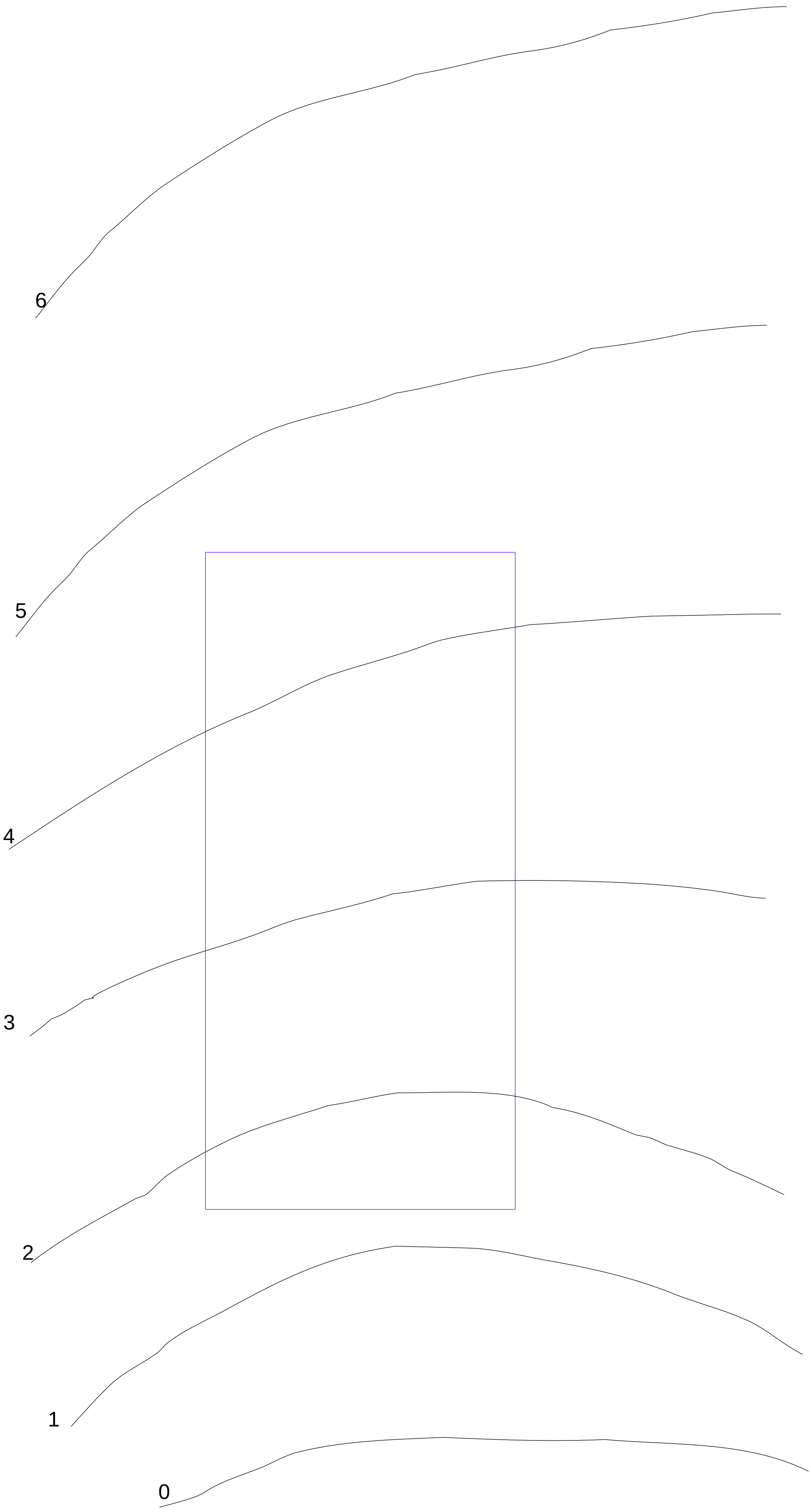
O ponto da superfície natural do terreno de mesma cota que a plataforma chama-se ponto de passagem, é nesse ponto que termina o corte e começa o aterro. A plataforma da seção mista é limitada de um lado pelo pé do corte e do outro pela crista do aterro.

Considerando-se uma seção transversal em um corte ou aterro, o ponto comum da linha natural do terreno com o talude chama-se ***offset***. Determinados os vários *offsets*, a união desses pontos fornece a curva chamada linha dos *offsets*.

No exemplo mostrado no QR code abaixo, temos as linhas de off-set resultantes da execução de uma terraplenagem no terreno real delimitado por um retângulo. A área em nível tem cota 12, o talude de aterro tem declividade 45º e o talude de corte tem 60º.

Exercício

1. Dada a superfície topográfica, representada pelas suas curvas de nível, obter as linhas de *off-set* resultantes da execução de uma terraplenagem no terreno delimitado pelo retângulo, de maneira que se tenha toda a área em nível na cota 3. Representar a nova configuração das Curvas de Nível. O talude de aterro tem declividade 5/6 e o de corte tem 1/1. Considere a unidade o metro e a escala 1:100.


6
5
4
3
2
1
0